

**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI ELM VƏ TƏHSİL NAZİRLİYİ  
AZƏRBAYCAN DÖVLƏT PEDAQOJİ UNİVERSİTETİ**

**TƏLƏBƏ ELMİ CƏMİYYƏTİNİN**

**ÜMUMMİLLİ LİDER HEYDƏR ƏLİYEVİN  
ANADAN OLMASININ 102-Cİ İLDÖNÜMÜNƏ  
VƏ SUVEREN CƏMİYYƏTİN RİYAZİ VƏ  
RƏQƏMSAL DÜNYASINA HƏSR OLUNMUŞ  
KONFRANSDA ÇIXIŞ EDİLMİŞ  
MƏRUZƏLƏRİN**

**TEZİSLƏRİ**

**Bakı – 2025**

**Redaktor: dos. M. A. Musayeva**

**Texniki redaktor: Rəşidə Qafarova**

**Buraxılışa məsul şəxslər: dos. A. Q. Cəfərov  
dos. S. B. Mazanova  
G. K. Abdullayeva**

Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 102-ci ildönümünə və Suveren cəmiyyətin riyazi və rəqəmsal dünyasına həsr olunmuş Tələbə Elmi Cəmiyyətinin illik konfransında çıxış edilmiş məruzələrin tezisləri.

Konfransın tezisləri Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Riyaziyyat fakültəsinin Elmi Şurasının qərarı ilə çap olunur.

Tezislərin nəşri, yığımı və hazırlanması ADPU Riyaziyyat fakültəsinin Tələbə Elmi Cəmiyyəti tərəfindən həyata keçirilir. (2024-2025-ci tədris ili).

ADPU-2025

## **ÖN SÖZ**

Ölkəmizdə riyaziyyat və informatika sahəsində yüksək səviyyəli mütəxəssislər hazırlamaq məqsədilə Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin professor-müəllim heyəti çalışır ki, ali məktəbimizə daxil olmuş hər bir gəncin daha savadlı və bilikli olması ilə yanaşı, həm də elmi cəhətdən yetişdirilməsinə, bu sahədə onlara mükəmməl bilik və bacarıq aşılmasına nail olsunlar.

Bu baxımdan yanaşdıqda ADPU-nun TEC-i ildən ilə təkmilləşir, formalaşır və dünya standartları səviyyəsində elmi-praktiki işlər aparır.

Tələbələr elmi işə Tələbə Elmi Cəmiyyəti vasitəsilə cəlb edilir. Hər il tələbə elmi konfransları keçirilir. Tələbə Elmi Cəmiyyəti xətti ilə keçirilən tədbirlərdə tələbələr elmi yaradıcılığa həvəsləndirilir, onların dünyagörüşünün formalaşmasına, inkişaf etdirilməsinə, öz fikirlərinin sərbəst və aydın ifadə edilməsinə şərait yaradılır. Tələbələr arasında ixtisas fənləri üzrə olimpiada və yarışlar keçirilir. Tələbələrə öz intellektual bacarıqlarını maksimum inkişaf etdirilməsinə imkan yaradılır, elmdə və təhsildə qabiliyyətli, istedadlı gənclərin üzə çıxarılması məqsədi daşıyan olimpiada 2 fənn – riyaziyyat və informatika fənləri üzrə təşkil olunur. Hər fənn üzrə ayrılıqda keçirilən bilik yarışmasında gənclər qoyulmuş sualları yazılı şəkildə cavablandırıb müsabiqə komissiyasına təqdim edirlər. Yazılar yoxlandıqdan sonra müsabiqə komissiyası qalibləri elan edir. Yüksək nəticə göstərən tələbələr sertifikatla layiq görülürlər.

İldən-ilə Tələbə Elmi Cəmiyyətin üzvlərinin sayı artmaqla yanaşı onların hazırladıqları məruzələrin keyfiyyəti də yüksəlir və nəticədə fakültəmizin hər bir tələbəsi bakalavr və magistr pillələrini bitirənədək mütəxəssis kimi hər tərəfli formalaşır.

Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 102-ci ildönümünə və “Suveren cəmiyyətin riyazi və rəqəmsal dünyası”na həsr olunmuş Tələbə Elmi Cəmiyyətinin illik konfransında məruzə ilə çıxış edən tələbələr aid olduqları bölmələrdə yüksək bilik nümayiş etdirmiş, məruzələr əyani vasitələrlə təqdim olunmuş və son nəticədə məhsuldar elmi müzakirə aparılmışdır. Elmi Konfransın Təşkilat komitəsi bütün bunları nəzərə almaqla məruzələrin tezislərini nəşr etdirib.

**RİYAZİYYAT FAKÜLTƏSİNİN  
TƏLƏBƏ ELMİ CƏMİYYƏTİNİN  
Konfransın Bölmələr üzrə Təşkilat Komitəsi**

**I BÖLMƏ: RİYAZİ ANALİZ**

Sədr: prof. V. M. Qurbanov  
Müavin: r.ü.f.d. T. M. Hüseynova  
Katib: b/m S. B. Kərimova  
TEC-in nümayəndəsi: dos. S. M. İsayeva

**II BÖLMƏ: KOMPÜTER ELMLƏRİ**

Sədr: tex.ü.f.d., dos. S. B. Mazanova  
Müavin: r.ü.f.d., dos. M. A. Musayeva  
Katib: b/lab. G. K. Abdullayeva  
TEC-in nümayəndəsi: r.ü.f.d. A. Ş. Həbibova

**III BÖLMƏ: CƏBR VƏ HƏNDƏSƏ**

Sədr: r.ü.f.d., dos. S. S. Haxıyev  
Müavin: dos. V. M. Cabbarzadə  
Katib: müə. N. S. Müseyibova  
TEC-in nümayəndəsi: müə. N. M. Zahidova

**IV BÖLMƏ: RİYAZİYYAT VƏ ONUN TƏDRİSİ  
TEKNOLOGİYASI**

Sədr: p.ü.f.d., dos. N. B. Nəsirov  
Müavin: müə. N. Q. İsmayılova  
Katib: müə. F. M. Şəmmədli  
TEC-in nümayəndəsi: müə. S. A. Həsənlı

## I BÖLMƏ: RİYAZİ ANALİZ

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2201B

Tağızadə Zümrüd Cəbrayıl

[tagiyevazumrud3@gmail.com](mailto:tagiyevazumrud3@gmail.com)

Elmi rəhbər: prof. V. M. Qurbanov

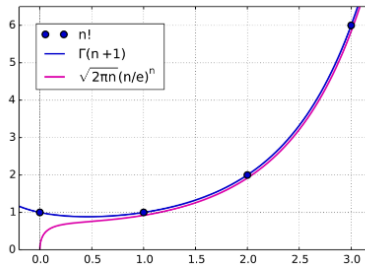
### Qamma funksiya, Stirlinq düsturu və onun tətbiqləri

$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx$  şəklində olan funksiyalara Eylerin ikinci növ integralı və ya Qamma funksiyası deyirlər. Parametrdən asılı olan bu integralın iki məxsusiyyəti var, birincisi integrallama intervalı qeyri məhduddur, ikincisi  $a < 1$  olduqda  $x = 0$  nöqtəsi integralaltı funksiyanın məxsusi nöqtəsidir.  $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx$  integralı ixtiyari  $a > 0$  üçün yığılır,  $a \leq 0$  üçün dağılır. Bu funksiya təyin oblastında kəsilməzdir.  $\Gamma(a)$  –nın bəzi xassələrini qeyd edək:

- $\Gamma(a + 1) = a\Gamma(a)$
- $\Gamma(n + 1) = n\Gamma(n) = \dots = n(n - 1) \dots \Gamma(1) = n! \Gamma(1)$ ,  
 $\Gamma(1) = \int_0^{\infty} e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{\infty} = 1$  olduğundan:  
 $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2n-1)!!}{2^n} \sqrt{\pi}$
- $\Gamma(x)\Gamma(1 - x) = \frac{\pi}{\sin \pi x}$

Stirlinq düsturu. Adı “Stirlinq təxmini” olan bu yaxınlaşma ilk dəfə Şotland riyaziyyatçı **James Stirling** tərəfindən ortaya atılmış və Fransız riyaziyyatçı **Abraham de Moivre** tərəfindən

ətraflı incələnmişdir. Bu mövzu faktorial üzərindən olacaq. **Faktorial**-Riyaziyyatda sağına nida işarəsi qoyulmuş ədədə verilən ad, daha ümumi Qamma funksiyasının tam ədədlərlə məhdudlaşmış xüsusi bir vəziyyətidir. 1-dən müəyyən bir natural ədədə qədər olan ədədlərin hasilinə o ədədin faktorialı deyilir:  $n!$ . Lakin  $n$ -in qiyməti böyüdükcə onu hesablamaq elə də asan deyil. Stirling  $n$ -in daha böyük qiymətləri üçün bir düstur çıxarmışdır. Həmin düstur aşağıdakı kimidir:  $n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$



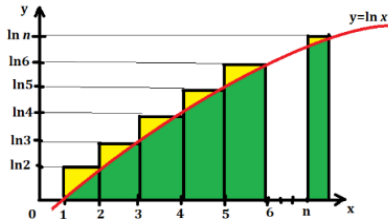
İsbatı. Yuxarıdakı düsturu isbat etmək üçün əvvəlcə bizi o isbata götürəcək başqa bir düsturu isbat edəcəyik:

$$\ln(n!) = n \cdot \ln n - n$$

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1, \ln n! = \ln(n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1),$$

$$\ln n! = \ln n + \ln(n-1) + \ln(n-2) + \dots + \ln 3 + \ln 2 + \ln 1$$

Məsələni qrafik şəklində verərək daha aydın olmasını təmin edək.

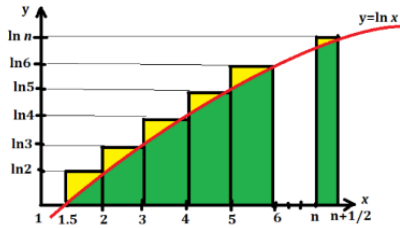


Qrafikdəki rənglənmiş hissələr düzbucaqlıdır. Hər bir düzbucaqlının sahəsini tapmaq (hər bir düzbucaqlının bir tərəfi sabit olaraq 1-dir).  $S(1)=\ln 1$ ,  $S(2)=\ln 2$ ,  $S(3)=\ln 3$ , ...,  $S(n)=\ln n$ .  $n$ -nin qiyməti daha çox böyüdükcə qrafikdəki sahəni integral qaydası ilə də tapmaq olur. Sərhədləri  $(1, n)$  olan və  $y=\ln x$ -la əhatə olunmuş sahəni rahat hesablaya bilərik:

$$S = \ln n! = \int_{x=1}^n \ln x \, dx$$

Bizə əvvəlcə  $\ln x$ -ın integralını tapmaq lazımdır. Bunu da integralın  $uv$  qaydasından istifadə edərək tapa bilərik. Yəni,  $\int u \, dv = uv - \int v \, du$ .  $S = \ln n! = \int_{x=1}^n \ln x \, dx = (x \cdot \ln x - x) \Big|_1^n = (n \cdot \ln n - n) - (\ln 1 - 1) = n \cdot \ln n - n + 1$

Yuxarıda qeyd etmişdim ki, bu hallar əsasən  $n$ -nin çox böyük dəyərlərində keçərlidir. Deməli  $n \cdot \ln n - n + 1$  nəticəsindən haqlı olaraq 1-i çıxara bilərik ( $n$ -nin çox öyük qiymətlərində nəticəyə demək olar ki, təsir etmədiyinə görə). Biz  $\ln n! = n \cdot \ln n - n$  bərabərliyinin isbatını etmiş olarıq. İndi isə əsas düsturumuzun isbatına keçək. Təqdim etdiyim qrafikdə cüzi dəyişiklik edərək integralını hesablayaq.



$(1.5, n+0.5)$  aralığında  $y=\ln x$  qrafiki ilə əhatələnmiş sahəni integral qaydası ilə tapaq.  $\ln n! = \int_{x=1.5}^{n+0.5} \ln x \, dx = (x \cdot \ln x - x)|_{1.5}^{n+0.5} = (n+0.5) \ln(n+0.5) - 1.5 \ln 1.5 - (n-1)$

$$\ln n! \approx (n+0.5) \ln(n+0.5) - 1.5 \ln 1.5 - (n-1)$$

Hər iki tərəfi e əsasına gətirək:

$$\begin{aligned} n! &\approx (n+0.5)^{n+0.5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{1.5} \cdot e^{-n} \cdot e = \\ &= n^{n+0.5} \cdot \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{n+0.5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{1.5} \cdot e^{-n} \cdot e \approx \\ &\approx n^{n+0.5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{1.5} \cdot e^{-n} \cdot e^{1.5} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{2e}{3}\right)^3} \cdot \sqrt{n} \cdot n^n \cdot e^{-n} \approx \sqrt{2\pi n} \cdot n^n \cdot e^{-n} \end{aligned}$$

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n \text{ İsbat edildi.}$$

Stirling düsturu riyazi analizdə müxtəlif sahələrdə tətbiq olunur. Xüsusilə, faktorialların təxmini hesablanması, gamma funksiyası və asimptotik analiz sahələrində mühüm rol oynayır.

### Ədəbiyyat:

“Математический анализ” -В.А. Садовничий, В.А. Ильин və Бл. Х. Сендов.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup INF 2404B

Mirzəyeva Nərgiz İsmayıl

E-mail: [nergizmirzayeva647@gmail.com](mailto:nergizmirzayeva647@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. S. H. Qasımova

**Ədədi ardıcılıqlar, Monoton ardıcılıqların limiti haqqında.**

**Dağılan və yığılan ardıcılıqlar.**

**Plan:**

1. Ədədi ardıcılıq
2. Monoton ardıcılığın limiti
3. Veyrştrans teoremi
4. Dağılan və yığılan ardıcılıq

**Xülasə:** Məndə Ədədi ardıcılıqlar haqqında, riyazi analizin ən mühüm anlayışlarından biri olan monoton ardıcılığın aşağıdakı xüsusiyyətləri, Veyerştrans teoremi haqqında həmçinin dağılan və yığılan ardıcılıq haqqında izah veriləcək.

**Açar sözləri:** Ədədi ardıcılıqlar, Monoton ardıcılıqların limiti, Veyerştrans teoremi, Dağılan və yığılan ardıcılıqlar

Bizə məlum olduğu kimi orta məktəbdən ədədi və həndəsi silsilə ilə tanışıq. Ədədi silsilənin ümumi həddi  $a_n = a_1 + d(n-1)$  düsturu ilə təyin edilirdi. Uyğun olaraq ədədi silsilənin 1-ci  $n$  hədlərinin cəmi  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ , həndəsi silsilənin 1-ci  $n$  hədlərin cəmi  $\sigma_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$  düsturu ilə hesablanır.  $a_n, b_n, S_n, \sigma_n$ - kəmiyyətinin aldığı qiymətlər ardıcılıq anlayışına əyani misallardır.

**Tərif 1:** Əgər-  $N$ -natural ədədlər çoxluğundan götürülmüş hər bir  $n$ -ə müəyyən qayda ilə yeganə  $a_n$  həqiqi ədədi qarşı qoyulmuşdursa, onda nömrələnmiş  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  (1)

Həqiqi ədədlər çoxluğuna ədədi ardıcılıq və ya sadəcə ardıcılıq deyirlər.

$n$  qeyd olunmuş natural ədəd olduqda  $a_n$ -ə (1) ardıcılığının  $n$ -ci həddi,  $n$  ixtiyari natural ədəd olduqda isə  $a_n$ -ə bu ardıcılığın ümumi həddi deyilir. Ardıcılıq müxtəlif üsullarla verilə bilər. Ardıcılığın ümumi həddi üçün düstur verilmişdirsə, ardıcılıq analitik üsulla verilmiş hesab olunur.

**Nümunə 1:**  $a_n = \frac{n-1}{n}$  ;  $b_n = \frac{2^n}{3^n}$     Ardıcılıq rekurent üsullada verilə bilər.

**Nümunə 2:**  $a_1=1$ ;  $a_2=2$ ;  $a_{n+2}=a_n+a_{n+1}$  qanunu ilə 1,2,3,...,8,11,... ardıcılığı verilə bilər.

**Monoton ardıcılığın limiti.** 1.ardıcılığın dəqiq aşağı və dəqiqi yuxarı sərhədləri.

**VeyerŞtrans teoremi:** tutaq ki,  $\{a_n\}$  hər hansı ardıcılıqdır. (məhdud və ya qeyri məhdud).

**Tərif 1:**  $\{a_n\}$  ardıcılığının hədləri çoxluğunun dəqiq aşağı (dəqiq yuxarı) sərhəddinə  $\{a_n\}$  ardıcılığının dəqiq aşağı (dəqiq yuxarı) sərhəddi deyilir və bu faktı simvolik olaraq  $\inf_n \{a_n\}$  ( $\sup_n \{a_n\}$ ) kimi işarə edilir.

**Tərif 2:**  $M$  sonlu ədəd və ya  $+\infty$ -dur.  $\{a_n\}$  ardıcılığı üçün aşağıda qeyd olunan 2 şərt ödənilir:

1.  $\forall n \in N$  üçün  $a_n \leq M$

2.  $\forall M_1 < M$  ədədi üçün elə  $n_0 \in N$  nömrəsi var ki,  $a_{n_0} > M_1$  bərabərsizliyi ödənilir. Onda  $M$  ədədinə  $\{a_n\}$  ardıcılığının

dəqiq yuxarı sərhəddi deyilir və bu fakt simvolik olaraq  $M = \sup_n \{a_n\}$  kimi yazılır.

**Tərif 3:**  $M$  sonlu ədəd və ya  $-\infty$  simvoludur. O zaman aşağıdakı 2 şərt ödəndikdə  $m$ -ə  $\{a_n\}$  ardıcılığının dəqiq aşağı sərhəddi deyilir. Simvolik olaraq aşağıdakı kimi yazılır:  $m = \inf_n \{a_n\}$

1.  $\forall n \in N$  üçün  $x_n \geq m$
2. İxtiyari sonlu  $n_1 > m$  üçün elə  $n_0 \in N$  nömrəsi var  $a_{n_0} < m_1$  bərabərsizliyi doğrudur.

Teorem (Veyerştrans) hər bir azalmayan  $\{a_n\}$  ardıcılığının limiti vardır. Ardıcılıq yuxarıdan məhdud olduqda bu limit sonlu, yuxarıdan qeyri məhdud olduqda isə  $-\infty$ -a bərabərdir. Aşağıdakı münasibət doğrudur.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n\}$

**İsbatı:** Fərz edək ki,  $\{a_n\}$  ardıcılığı azalmayırdı və yuxarıdan məhduddur. O zaman  $\{a_n\}$  ardıcılığının qiymətlər çoxluğu yuxarıdan məhduddur. Ona görə də  $\{a_n\}$  ardıcılığının dəqiq yuxarı sərhəddi var. Fərz edək ki,  $\sup_n \{a_n\} = M$ . Göstərək ki,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = M$  doğrudur.

Dəqiq yuxarı sərhəddin tərifinə görə aşağıdakı iki şərt ödənilir:

1.  $\forall n \in N$  üçün  $a_n \leq M$
2.  $\forall \omega > 0$  üçün elə  $n_0 = n_0(\omega)$  nömrəsi var ki,  $a_{n_0} > M - \omega$  bərabərsizliyi ödənilir.  $\{a_n\}$  azalmayan olduğundan  $n > n_0$  şərtini ödəyən bütün  $n$ -lər üçün  $M - \omega < a_{n_0} < a_n \leq M < M + \omega$  bərabərsizliyi, başqa sözlə  $[a_n - M] < \omega$  bərabərsizliyi doğru olacaqdır. Bu isə onu göstərir ki,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = M$

İndi fərz edək ki,  $\{a_n\}$  azalmayan və yuxarıdan qeyri məhduddur.  $\{a_n\}$  ardıcılığının qiymətlər çoxluğu yuxarıdan qeyri məhdud olduğundan  $\sup\{a_n\} = +\infty$ . Göstərik ki,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$

$\{a_n\}$  yuxarıdan qeyri məhdud olduğundan  $\forall M > 0$ -a görə elə  $n_0 = n_0(M)$  nömrəsi var ki,  $a_{n_0} > M$  ödənilir.  $\{a_n\}$  azalmayan olduğundan  $n > n_0$  şərtini ödəyən bütün  $n$ -lər üçün  $a_n \geq a_{n_0} > M$  bərabərsizliyi ödənəcəkdir. Bu isə o deməkdir ki,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$

**Dağılan və yığılan ardıcılıqlar:** Sonlu limiti olan ardıcılığa **yığılan ardıcılıq** deyilir. Limiti olmayan ardıcılığa isə **dağılan ardıcılıqlar** deyilir.

**Teorem:** Yığılan ardıcılığın limiti yeganədir. İsbatı: Əksini fərz edək ki,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  və  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = b$  və  $a \neq b$ .  $\omega = [b - a]$  qəbul edək. Onda  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  olduğundan tərifə görə  $\omega = [b - a]$  elə  $n'$  var ki,  $n > n'$  olduqda  $[a_n - a] < \left[\frac{b-a}{2}\right]$  bərabərsizliyi doğrudur.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = b$  olduğuna görə elə  $n''$  var ki,  $n' > n''$  olduqda  $[a_n - b] < \left[\frac{b-a}{2}\right]$  bərabərsizliyi doğrudur. Onda  $n_0 = \max(n', n'')$  qəbul etsək  $n > n_0$  olduqda  $[b - a] = [b - a_n + a_n - a] \leq [b - a_n] + [a_n - a] < [b - a]$  olar. Alınmış ziddiyyət fərziyyəimizin doğru alınmadığının göstərir.

### Ədəbiyyat:

S.K.Abdullayev, F.A.Abdullayev - "Riyazi analiz" -Bakı Universiteti- 2011, 49 səh.

ADPU, SABAH Qrupları.

Qrup: Rİ-401/S

Mikayılzadə Nigar Faiq

[nigarmik2004@gmail.com](mailto:nigarmik2004@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos.V. Y. Məstəliyev

### Adi diferensial tənliklərin həllinə çıxışlar üsulunun tətbiqi

$a_k$  ( $k=\overline{1,n}$ ) sabit əmsallı aşağıdakı adi xətti diferensial tənliyi nəzərdən keçirək:

$$y^{(n)}+a_1y^{(n-1)}+\dots+a_{n-1}y'+a_ny=0 \quad (1)$$

Əgər xarakteristik çoxhədli

$F(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n$  - p sayda müxtəlif  $\lambda_i$  ( $i=\overline{1,p}$ ) sıfırına malikdirsə, uyğun olaraq onların təkrarlanma tərtibi  $n_i$  olar. Onda xarakteristik çoxhədlinin köklərinə uyğun (1) tənliyinin bütün xüsusi həllər sistemi uyğun olaraq bu şəkildədir:

$$e^{\lambda_1 x}, x e^{\lambda_1 x}, x^2 e^{\lambda_1 x}, \dots, x^{n_1-1} e^{\lambda_1 x}.$$

(1) tənliyinin ümumi həlli aşağıdakı cəm ilə ifadə olunur:

$$y = \sum_{i=1}^p (c_1^{(i)} + c_2^{(i)}x + \dots + c_{n_i}^{(i)}x^{n_i-1}) e^{\lambda_i x} \quad (2)$$

Burada  $c_k^{(i)}$  ( $k=1, \dots, n_i; i=\overline{1,p}$ ) ixtiyari sabitdir. Koşi metoduna görə,  $\frac{1}{F(\lambda)} e^{\lambda x} \varphi(\lambda)$  ifadəsini götürsək, tam çıxıq

$$y = \varepsilon \frac{e^{\lambda x} \varphi(\lambda)}{F(\lambda)} \quad (3) \text{ olur.}$$

(3) funksiyası (1) tənliyinin tələb olunan ümumi həllidir, burada çıxıq  $\lambda_i$  polyusuna nəzərən hesablanır.

(3) tənliyinin sol tərəfində (1) əvəzləməsi aparsaq, aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$F\left(\frac{d}{dx}\right)y = \varepsilon \frac{F(\lambda)e^{\lambda x}}{F(\lambda)} = E\varphi(\lambda)e^{\lambda x} \equiv 0$$

Bu o deməkdir ki, (3) funksiyası (1) tənliyini ödəyir. Bu funksiyanın (1) tənliyinin bütün müstəqil qismən həllərinin xətti kombinasiyası olduğunu göstərmək qalır. Həqiqətən də,  $\lambda_i$   $F(\lambda)$  funksiyasının  $n_1$  sırasının sıfırı olduğuna görə, onun kifayət qədər kiçik ətrafında  $F(\lambda)$  belə bir ifadəyə bərabər olur:  $F(\lambda) =$

$(\lambda - \lambda_1)^{n_1} F_1(\lambda)$ . Burada  $F_1(\lambda_1) \neq 0$ ,  $\psi_1(\lambda) = \frac{\varphi(\lambda)}{F_1(\lambda)}$  işarələməsi aparaq.  $\varphi(\lambda)$  funksiyasının ixtiyariliyinə əsasən  $\psi(\lambda)$  funksiyasının  $\lambda = \lambda_i$  olduqda qiymətini ixtiyari sabit kimi ifadə etmək olar. Buna görə də, (3) funksiyasının tam çıxığı (1) tənliyinin tələb olunan ümumi həllini verir.

$$y = \sum_{i=1}^p \frac{1}{(n_1-1)!} \left( x^{n_1-1} \psi_1(\lambda_1) + (n_1-1) \psi_1'(\lambda_1) x^{n_1-2} + \dots + \psi_1^{(n-1)}(\lambda_1) \right) e^{\lambda_1 x} \quad (4)$$

tənliyinin ümumi həllini ifadə edən (2) və (4) düsturları ekvivalentdir. Bircins olmayan

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = f(x) \quad (5)$$

(1) tənliyinin həllinə gəlicə, o,

$$y = \varepsilon \frac{e^{\lambda x} \psi(\lambda, x)}{F(\lambda)} \quad \text{şəklində axtarılır, burada } \lambda\text{-ın bütün}$$

funksiyasının da  $x$ -dən asılı olduğu qəbul edilir. Müəyyən şərtlər daxilində hesablamalar aparsaq, nəticə etibarilə, bircins olmayan (5) tənliyinin ümumi həlli üçün aşağıdakı çıxıq düsturunu alarıq:

$$y = \varepsilon e^{\lambda x} \frac{\varphi(\lambda)}{F(\lambda)} + \varepsilon \frac{1}{F(\lambda)} \int_0^x e^{\lambda(x-\xi)} f(\xi) d\xi$$

**Ədəbiyyat:**

- Пивоваров, В. С. (1981). Методы математической физики. Наука.
- Зильбер, Я. С. (1987). Обыкновенные дифференциальные уравнения и их применение. Наука.
- Гельфанд, И. М. (1952). Теория дифференциальных уравнений. Физматлит.
- Тененбаум, М., & Поллард, Г. (1985). Обыкновенные дифференциальные уравнения. Наука.
- Хартман, П. (1989). Дифференциальные уравнения и устойчивость динамических систем. Наука.

**ADPU, SABAH qrupları**

**Qrup: Rİ-401S**

**Yusifova Anaxanım Yusif**

**[anaxanimyusifova04@gmail.com](mailto:anaxanimyusifova04@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. V. Y. Məstəliyev**

**Bernulli tənliyi**

Bəzi diferensial tənliklər müəyyən əvəzləmələrin köməyi ilə xətti diferensial tənliklərə gətirilir.

Aşağıdakı tənliyə baxaq:

$$y' + p(x)y = q(x)y^n, n = \text{const} \quad (1)$$

$n = 0$  olduqda (1)- tənliyi

$$y' + p(x)y = q(x).$$

xətti tənliyinə çevrilir.  $n = 1$  olduqda həmin isə (1)- tənliyi

$$y' + p(x)y = q(x)y \Rightarrow y' + [p(x) - q(x)]y = 0$$

xətti bircins tənliyinə çevrilir.  $n \neq 1$  və  $n \neq 0$  olduqda (1) – ə Bernulli tənliyi deyilir.

(1) tənliyinə ilk dəfə 1695-ci ildə Yakobi Bernulli tərəfindən baxılmışdır. Bu tənliyin həll

üsulunu isə 1697-ci ildə Johan Bernulli vermişdir.

### **Bernulli tənliyinin inteqrallayıcı vuruqlarının çıxarılışı**

Məlumdur ki, Bernulli tənliyi

$$y^{(1)} = p(x)y + q(x)y^n \quad n \neq 0,1 \quad (2)$$

Bu tənliyin inteqrallayıcı vuruğunu təyin etmək üçün əvvəlcə tənliyi bir

az açıq şəkildə yazaraq  $y(2) = \frac{dy}{dx}$  yazmaqla hər iki tərəfi  $dx$ -a vuraq)

$$\frac{dy}{dy} = p(x)y + q(x)y^n$$

$$dy = [p(x)y + q(x)y^n]dx$$

$$[p(x)y + q(x)y^n]dx - dy = 0 \quad (3)$$

(3) tənliyinin hər iki tərəfini  $\mu = \mu(x,y) \neq 0$  funksiyasına vursaq

$$\mu (p(x)y + q(x)y^n)dx - \mu dy = 0 \quad (3').$$

tənliyini alırıq. Əgər elə bir  $\mu = \mu(x,y)$  funksiyası varsa ki, (3) tənliyinin hər iki tərəfini bu funksiya vurduqda tənlik tam diferensiallı tənlik olsun onda həmin funksiya ( $\mu = \mu(x,y)$ ). Bernulli tənliyinin inteqrallayıcı vuruğu deyəlik. Odur ki, (3')-dən tam diferensial şərtinin ödənilməsi tələb etsək, biz bilirik ki, tam diferensiallıq şərti

$$M = \mu(p(x)y + q(x)y^n), N = -\mu$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (\mu (p(x)y + q(x)y^n)) = -\frac{\partial \mu}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial y} ((p(x)y + q(x)y^n)) + \mu(p(x)y + q(x)y^{n-1}) = -\frac{\partial \mu}{\partial x} \quad (4)$$

Bu bərabərlikdə (1) münasibətini nəzərə alsaq aşağıdakı bərabərliyi yazaraq

$$y' = p(x)y + q(x)y^n$$

$$\frac{y'}{y} = p(x) + q(x)y^{n-1} \Rightarrow q(x)y^{n-1} = \frac{y'}{y} - p(x)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial y} y' + \mu \left[ p(x) + n \left[ \frac{y'}{y} - p(x) \right] \right] = -\frac{\partial \mu}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{dy}{dx} + \mu \left[ p(x)(1-n) + n \frac{dy}{y dx} \right] = -\frac{\partial \mu}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial y} dy + \mu \left[ p(x)(1-n)dx + n \frac{dy}{y} \right] = -\frac{\partial \mu}{\partial x} dx$$

$$-\mu \left[ p(x)(1-n)dx + n \frac{dy}{y} \right] = \frac{\partial \mu}{\partial x} dx + \frac{\partial \mu}{\partial y} dy = d\mu$$

$$\Rightarrow -\mu \left[ p(x)(1-n)dx + n \frac{dy}{y} \right] = d\mu$$

$$-p(x)(1-n)dx - n \frac{dx}{y} = \frac{d\mu}{\mu}$$

Bu bərabərliyin hər iki tərəfini integrallayaq.

$$-\int p(x)(1-n)dx - n \int \frac{dy}{y} = \int \frac{d\mu}{\mu}$$

$$-(1-n) \int p(x)dx - n \ln y = \ln \mu$$

$$-(1-n) \int p(x)dx = \ln y^n + \ln \mu$$

$$-(1-n) \int p(x)dx = \ln \mu y^n$$

$$\mu y^n = e^{-(1-n) \int p(x)dx}$$

$$\mu(x, y) = \frac{C}{y^n} e^{-(1-n) \int p(x)dx} \quad (5)$$

(5) şəklində təyin olunan funksiya Bernulli tənliyinin inteqrallayıcı vuruğu deyilir.

**Ədəbiyyat:**

- İ. Y. Hacıyeva – “Hidravlika”
- V. Y. Məstəliyev – Mühazirələr

**ADPU, SABAH qrupları**

**Qrup: Rİ-401S**

**Ağahüseynova Aysu Ehtiram**

**[aysuagahuseynova@gmail.com](mailto:aysuagahuseynova@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. V. Y. Məstəliyev**

**Sabit əmsallı diferensial tənliklərə gətirilən bəzi yüksək  
tərtibli dəyişən əmsallı diferensial tənliklər**

Əgər dəyişən əmsallı xətti diferensial tənliyi əvəzləmə vasitəsilə sabit əmsallı xətti tənliyə gətirmək mümkün olarsa, onda bu tənliyi həll etdikdən sonra ilkin tənliyin də həllini tapa bilərik.

Sabit əmsallı xətti tənliklərə gətirilə bilən aşağıdakı tənliklərə baxaq:

$$1. \quad (1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + n^2 y = 0 \quad (1)$$

Bu tənliyi sabit əmsallı tənliyə gətirmək üçün iki halı nəzərdən keçirək:

- a)  $|x| \leq 1$ . Bu halda (1) tənliyində  $x = \cos \varphi$  əvəzləməsini edək. Onda

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{1}{\sin\varphi} \frac{dy}{d\varphi};$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\sin^2\varphi} \frac{d^2y}{d\varphi^2} - \frac{\cos\varphi}{\sin^3\varphi} \frac{dy}{d\varphi}$$

Bu ifadələri tənlikdə nəzərə alaraq, sabit əmsallı

$$\frac{d^2y}{d\varphi^2} + n^2y = 0$$

tənliyi alınır. Bu tənliyin xətti asılı olmayan həlləri

$y_1 = \cos n\varphi$  və  $y_2 = \sin n\varphi$  olduğundan

$y_1 = \cos(n \arccos x)$  və  $y_2 = \sin(n \arccos x)$

funksiyaları (1) tənliyinin fundamental həllər sistemini təşkil edir.

$n$ -müsbət tam ədəd olduqda  $y_1 = \cos(n \arccos x)$  həlli  $n$  dərəcəli çoxhədlidir. Bu çoxhədli Çebişev çoxhədlisi adlanır və  $T_n(x)$  ilə işarə edilir:

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x).$$

b)  $|x| \geq 1$ . Bu halda (1) tənliyində  $x = \cosh t$  əvəzləməsini edək.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \frac{1}{\sinh t}; \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dt^2} \frac{1}{\sinh^2 t} - \frac{dy}{dt} \frac{\cosh t}{\sinh^3 t}$$

olduğundan, bu əvəzləmədən sonra (1) tənliyi

$$\frac{d^2y}{dt^2} - n^2y = 0$$

şəklinə düşür. Bu tənliyin xətti asılı olmayan həlləri  $y_1 = e^{nt}$  və  $y_2 = e^{-nt}$  olduğundan, asanlıqla yoxlamaq olar ki,

$y_1 = (x + \sqrt{x^2 - 1})^n$  və  $y_2 = (x + \sqrt{x^2 - 1})^{-n}$  funksiyaları (1) tənliyinin fundamental həllər sistemini təşkil edir.  $n$ -in tam qiymətlərində

$$T_n(x) = \frac{(x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (x - \sqrt{x^2 - 1})^{-n}}{2}$$

funksiyası  $n$  dərəcəli çoxhədlidir. Bu çoxhədli də Çebişev çoxhədlisi adlanır.

$$2. \quad x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)y = 0 \quad (2)$$

Bu tənlik Bessel tənliyi adlanır.  $n = \pm \frac{1}{2}$  olduqda (2) tənliyi

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)y = 0 \quad (3)$$

şəklinə düşür. Göstərək ki, bu halda Bessel tənliyini sabit əmsallı tənliyə gətirmək mümkündür.  $y = \frac{z}{\sqrt{x}}$  əvəzləməsini edək. Bu halda alırıq:

$$\frac{dy}{dx} = x^{-\frac{1}{2}}z' - \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}z, \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = x^{-\frac{1}{2}}z'' - x^{-\frac{3}{2}}z' + \frac{3}{4}x^{-\frac{5}{2}}z$$

Bu ifadələri (3) tənliyində nəzərə alsaq, sadə çevirmələrdən sonra, sabit əmsallı

$$z'' + z = 0$$

tənliyini alırıq.  $z_1 = \cos x$  və  $z_2 = \sin x$  – bu tənliyin xətti asılı olmayan həlləri olduğundan

$$y_1 = \frac{\cos x}{\sqrt{x}} \quad \text{və} \quad y_2 = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$$

(3) tənliyinin fundamental həllər sistemini təşkil edir.

$$3. \quad x^n \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 x^{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1} x \frac{dy}{dx} + a_n y = 0. \quad (4)$$

Burada  $a_1, a_2, \dots, a_n$ -həqiqi ədədlərdir. Bu tənlik Eyler tənliyi adlanır.

Eyler tənliyini sabit əmsallı tənliyə gətirmək üçün, bu tənlikdə  $x = e^t$  ( $x < 0$  olduqda  $x = -e^t$ ) əvəzləməsini edək. Əvəzləmələri etdikdən sonra yekun olaraq aşağıdakı tənlik alınar:

$$\frac{d^k y}{dx^k} = e^{-kt} \left( \frac{d^k y}{dt^k} - \alpha_1 \frac{d^{k-1} y}{dt^{k-1}} + \dots + \alpha_{k-1} \frac{dy}{dt} \right).$$

Burada  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}$ - tam ədədlərdir.

Əgər törəmələrin bu ifadələrini (4) tənliyində nəzərə alsaq,  $k$ -nın hər bir qiymətində  $\frac{d^k y}{dx^k}$  törəmələri  $a_k x^k = a_k e^{kt}$ -lərə vurulduğundan, üstlü ifadələrin hasili vahidə bərabər olacaq və nəticədə sabit əmsallı xətti tənlik alınacaq.

#### **Ədəbiyyat:**

- Y.Ə.Məmmədov, Z.F.Xankişiyev – Diferensial tənliklər
- M.Ə.Əzimov, F.H.Səlimov, Ş.F.Məmmədov – Diferensial tənliklər

**ADPU, SABAH qrupları.**

**Qrup: Rİ-401S**

**Həsənova Nərmən Aydın**

[nermin.2022.2022@gmail.com](mailto:nermin.2022.2022@gmail.com)

**Elmi rəhbər: dos. V. Y. Məstəliyev**

### **Bessel tənlikləri**

Bir çox riyazi fizika məsələlərinin həlində Bessel tənliyi adlanan aşağıdakı kimi tənlikdən istifadə olunur:

$$t^2 x'' + tx' + (t^2 - v^2)x = 0 \quad (1)$$

Burada  $v$  parametrdir və tənliyin indeksi adlanır. Bessel tənliyi  $v$  parametrinin ancaq bəzi qiymətlərində kvadratura ilə həll olunur. Göstərmək olar ki,  $v = \frac{1}{2}$  olanda

$$t^2 x'' + tx' + \left(t^2 - \frac{1}{4}\right)x = 0 \quad (2)$$

tənliyi  $x = t^{-\frac{1}{2}}y$  ( $y > 0$ ) əvəzləməsi ilə  $y'' + y = 0$  tənliyinə gətirilir. Bu tənliyin  $y_1 = \sin t$ ,  $y_2 = \cos t$  xətti asılı olmayan həlləri üçün  $x_1 = \frac{\sin t}{\sqrt{t}}$ ,  $x_2 = \frac{\cos t}{\sqrt{t}}$  funksiyaları  $(0, +\infty)$  intervalında (2) tənliyinin xətti asılı olmayan həlləri olur. Aydındır ki,

$$\sin t = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots, \cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots$$

Ayrılışından istifadə etsək bu həlləri aşağıdakı kimi göstərmək olar:

$$x_1 = t^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{t^2}{3!} + \frac{t^4}{5!} - \dots\right), \quad x_2 = t^{-\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{t^2}{3!} + \frac{t^4}{4!} - \dots\right)$$

Deməli (2) tənliyinin tapılmış həlləri  $t^{\frac{1}{2}}, t^{-\frac{1}{2}}$  funksiyaları ilə, yığılan qüvvət sıralarının hasili kimi göstərilir. Onda aydındır  $t^v \sum_{k=0}^{\infty} a_k t^k$ ,  $t^{-v} \sum_{k=0}^{\infty} b_k t^k$  şəkildə həlləri var. Tənlikdə  $v^2$  olduğundan  $v \geq 0$  qəbul edərək yalnız müsbət qiymətləri götürürük.

$$x = t^v \sum_{k=0}^{\infty} a_k t^k \quad (3)$$

Formal olaraq (3) sırasını (1) tənliyində yazıb  $t$ -nin dərəcələri üzrə qruplaşdırsaq və eyni dərəcələrin əmsallarını sifirə bərabər etsək:

$$(2v+1)a_1 = 0, \quad k(2v+k)a_k + a_{k-2} = 0, \quad k = 2, 3 \dots$$

Buradan

$$a_0 t^v \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{t^{2m}}{2^{2m} 0(v+1)(v+2)\dots(v+m)m!} \quad (4)$$

formal həlli alınır. Qeyd edək ki,  $v$  tam ədəd olmadıqda mənfi  $t$ -lər üçün  $t^v$  ümumiyyətlə xəyali qiymətlər alır. Ona görə də,  $v$  tam ədəd olmadıqda (4) sırasına  $(0, +\infty)$  intervalında baxılır və (4) sırasının həlli olur. Burada  $a_0 = \frac{1}{2^v \Gamma(v+1)}$  götürməklə alınan

$$J_0(t) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{\Gamma(v+1)(v+1)(v+2) \dots (v+m)m!} \left(\frac{1}{2}\right)^{2m+v}$$

Funksiyasına birinci növ  $v$  indeksli Bessel funksiyası deyilir. Burada  $\Gamma(\mu)$  ilə qama-funksiya işarə olunub. Digər üsul isə Bessel tənliyinin xətti asılı olmayan həllini qurmaqdan ibarətdir. Tənliyi qursaq aşağıdakı kimi ikinci növ Bessel tənliyi alacağıq:

$$Y_n(t) = - \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\Gamma(n-m)}{\Gamma(m+1)} \left(\frac{t}{2}\right)^{2m-n} + \\ + \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{\Gamma(m+1)\Gamma(m+n+1)} \left\{ 2 \ln \frac{t}{2} - \frac{\Gamma'(m+1)}{\Gamma(m+1)} - \frac{\Gamma'(m+n+1)}{\Gamma(m+n+1)} \right\} \left(\frac{t}{2}\right)^{2m+n}$$

indi isə Bessel funksiyaları arasında əlaqəyə baxaq:  $J_v(t)$  funksiyasının ifadəsinə əsasən:

$$t^v J_v(t) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{t^{2m+2v}}{\Gamma(m+1)\Gamma(m+v+1)2^{2m+v}}$$

bu münasibəti diferensiallayaq:

$$\frac{d}{dt}(t^v J_v(t)) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(2m+2v)t^{2m+2v-1}}{\Gamma(m+1)\Gamma(m+v+1)2^{2m+v}}$$

oxşar qaydada göstərmək olar ki:

$$\frac{d}{dt}(t^v J_v(t)) = t^v J_{v-1}(t) \quad \text{və} \quad \frac{d}{dt}(t^{-v} J_v(t)) = -t^{-v} J_{v-1}(t)$$

Düsturları doğrudur. Bu düsturlardan birincisini  $t^v$ -yə, ikincini  $t^{-v}$ -yə ixtisar edib tərəf-tərəfə çıxsaq istənilən  $v$  üçün:

$$J_{v-1}(t) + J_{v+1}(t) = \frac{2v}{t} J_v(t) \quad (5)$$

(5) düsturundan istifadə edərək göstərə bilərik ki,  $v = \frac{2k+1}{2}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  olduqda  $J_v(t)$  və  $J_{-v}(t)$  funksiyaları elementar funksiyalarla ifadə olunurlar.

**Ədəbiyyat:**

- Q. T. Əhmədov, K. Q. Həsənov, M. H.Yaqubov – Adi diferensial tənliklər

**ADPU, SABAH qrupları.**

**Qrup: Rİ-401S**

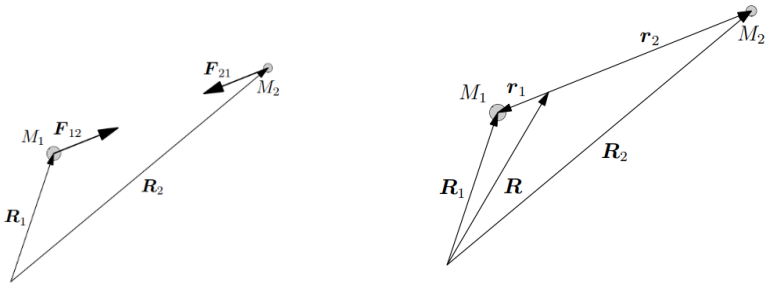
**Abdullayev Ramil Rüfət**

**[abdullayevr368@gmail.com](mailto:abdullayevr368@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. V. Y. Məstəliyev**

**Üç Cisim Probleminə giriş**

Fərz edək ki,məkan-zamanda iki cisim(Planet) verilib. Məqsədimiz zamanın istənilən anında cisimlərin yerini müəyyən etmək üçün düstur çıxarmaqdır. Aşağıdakı şəkilə baxaq:



Birinci şəkilə nəzər salsaq görərik ki,  $M_1$  planeti  $F_{12}$  qüvvəsi ilə  $M_2$  planetinə, $M_2$  planeti isə  $F_{21}$  qüvvəsi ilə  $M_1$  planetinə təsir edir. Onda Nyutonun II qanununa əsasən aşağıdakı düsturları yaza bilərik:

$$M_1 R_1'' = F_{12} \quad (1)$$

$$M_2 R_2'' = F_{21} \quad (2)$$

Digər tərəfdən Nyutonun III qanununa görə doğrudur:

$$F_{12} + F_{21} = 0 \quad (3)$$

$$M_1 R_1'' + M_2 R_2'' = 0 \quad (4)$$

Əgər sistemin ümumi impulsunu  $P$  ilə işarə etsək, onda aşağıdakı bərabərliyi yazı bilərik:

$$\frac{dP}{dt} = M_1 R_1'' + M_2 R_2'' = 0 \quad (5)$$

(5) bərabərliyinin hər iki tərəfini integrallayaq:

$$P = M_1 R_1' + M_2 R_2' = \text{const} \quad (6)$$

(6) düsturu bizə sistemin ümumi impulsunun sabit olduğunu göstərir. Bu isə o deməkdir ki, sistemə xarici qüvvələr təsir etmir. Seçdiyimiz koordinat müstəvisinin koordinat başlanğıcı ilə kütlə mərkəzini birləşdirən vektor  $R$  vektoru olsun. Onda bu vektora görə (6) bərabərliyini yazıq:

$$(M_1 + M_2) R' = M_1 R_1' + M_2 R_2' \quad (7)$$

Buradan isə alırıq:

$$R' = \frac{M_1 R_1' + M_2 R_2'}{M_1 + M_2} \quad (8)$$

(8)-in hər iki tərəfini integrallayaq:

$$R = \frac{M_1 R_1 + M_2 R_2}{M_1 + M_2} + C_1 \quad (9)$$

İkinci şəkildə əsasən yazı bilərik:

$$r_1 = R_1 - R \quad (10)$$

$$r_2 = R_2 - R \quad (11)$$

(10) və (11)-i (9)-da nəzərə alıq:

$$(M_1 + M_2) R = M_1 R_1 + M_2 R_2 \quad (12)$$

$$(M_1 + M_2) R = (M_1 + M_2) R + M_1 r_1 + M_2 r_2 \quad (13)$$

$$0 = M_1 r_1 + M_2 r_2 \quad (14)$$

Deməli kütlə mərkəzi,  $M_1$  və  $M_2$  planetlərinin mərkəzini birləşdirən düz xətt parçası üzərində yerləşir.

İndi isə baxılan sistem üçün bucaq momentini (impulsunu) daxil edək:

$$L = R_1 \times M_1 R_1' + R_2 \times M_2 R_2' \quad (15)$$

Göstərmək olar ki,  $\frac{dL}{dt} = 0$  olur. Bu isə bizə məsələni müstəvi üzərinə gətirməyə imkan verir.

Digər tərəfdən (1) və (2) düsturlarına əsasən yazı bilərik:

$$R_2'' - R_1'' = \frac{F_{21}}{M_2} - \frac{F_{12}}{M_1} \quad (16)$$

$M_1$  planetinin mərkəzindən  $M_2$  planetinin mərkəzinə doğru yönəlmiş vektor  $\vec{r}$  olsun. Onda (17)-ni belə yazı bilərik:

$$\vec{r}'' = \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) F_{21} \quad (17)$$

Buradan  $F_{21}$  qüvvəsini tapaq:

$$\frac{1}{1/M_1 + 1/M_2} \vec{r}'' = F_{21} \quad (18)$$

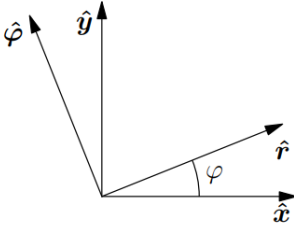
$$\vec{R}_2 = \vec{R}(0) + \dot{\vec{R}}t + \vec{r}_2 = \vec{R}(0) + \dot{\vec{R}}t + \frac{M_1}{M_1 + M_2} r(\varphi(t)) \hat{r}(\varphi(t)).$$

$$\vec{R}_1 = \vec{R}(0) + \dot{\vec{R}}t + \vec{r}_1 = \vec{R}(0) + \dot{\vec{R}}t - \frac{M_2}{M_1 + M_2} r(\varphi(t)) \hat{r}(\varphi(t))$$

$\mu = \frac{1}{1/M_1 + 1/M_2}$  olsun.

Onda  $\mu \vec{r}'' = F_{21}$ . Digər tərəfdən  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  və  $\vec{R} = \vec{R}_0 + \dot{\vec{R}}t$  olduğu üçün doğrudur:

**Qeyd:** Son iki düsturdakı  $\varphi$ ,  $\vec{r}$  vektorunun Ox oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi bucaqdır. Aşağıdakı şəkildə baxaq:



Burada doğrudur:

$$\hat{r} = \cos \varphi \cdot \hat{x} + \sin \varphi \cdot \hat{y}$$

$$\hat{\varphi} = -\sin \varphi \cdot \hat{x} + \cos \varphi \cdot \hat{y}$$

**Ədəbiyyat:**

- *İsaac Newton-Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*
- Frida Gleisner-Three solutions to the two body problem

**ASPU, Faculty of Mathematics.**

**Group: MATH2301B.**

**Ellazova Ainur Arif**

[ellazova.ainur@gmail.com](mailto:ellazova.ainur@gmail.com)

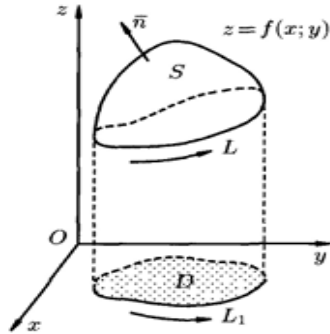
**Supervisor: Ph.D of math. sc., K. R. Gojayeva**

**The Stokes Formula**

The relation between surface and curvilinear integrals of the second kind defines the following theorem.

**Theorem.** Let functions  $P(x, y, z)$ ,  $Q(x, y, z)$  and  $R(x, y, z)$  be continuous and have continuous partial derivatives of the first order in some neighborhood of a surface  $S$ . Then the following relation holds:

$$\begin{aligned} \iint_S \left( \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) dydz &+ \left( \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) dzdy + \\ &+ \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy = \oint_L Pdx + Qdy + Rdz \end{aligned} \quad (1)$$



called the **Stokes formula**. Using the form of notation for surface integrals of the second kind and symbols  $X, Y, Z$  for the angles the normal to the surface forms with the coordinate axes we can rewrite the Stokes formula (1) as follows:

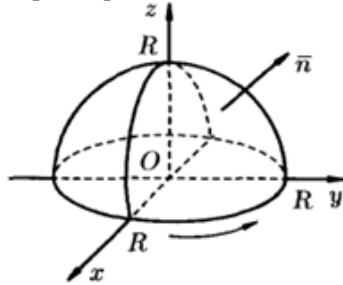
$$\iint_S \left[ \left( \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \cos X + \left( \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) \cos Y + \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \cos Z \right] d\sigma = \oint_L P dx + Q dy + R dz$$

**Example.** Calculate  $I = \oint_L x^2 y^3 dx + dy + z dz$  using Stokes formula, taking as the surface hemisphere  $z = +\sqrt{(R^2 - x^2 - y^2)}$  and where contour  $L$  is a circle  $x^2 + y^2 = R^2; z = 0$ .

**Solution.** Let's write the equation of a circle in parametric form:  $x = R \cos t, y = R \sin t, z \equiv 0, t \in [0; 2\pi]$ .

By formula (1) we have:

$$\begin{aligned} \iint_S (0 - 0) dy dz + (0 - 0) dx dz \\ + (0 - 3x^2 y^2) dx dy = \end{aligned}$$



$$= -3 \iint_S x^2 y^2 dx dy = -3 \iint_D x^2 y^2 dx dy.$$

Moving to polar coordinates we get:

$$\begin{aligned} I &= -3 \iint_D r^5 \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi dr d\varphi = \\ &= -3 \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi d\varphi \cdot \int_0^R r^5 dr = -\frac{\pi R^6}{8} \end{aligned}$$

### Reference:

1. V.A.Ilyin and E.G. Poznyak "Fundamentals of Mathematical Analysis" Moscow, 1982
2. Д.Т. Письменный "Конспект лекций по высшей математике" Москва, 2024

## II BÖLMƏ: KOMPÜTER ELMLƏRİ

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM2204B

Əzizli Aytac Abasqulu

[aytac.ezizli0@gmail.com](mailto:aytac.ezizli0@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. M. A. Musayeva

### İnfometriyanın tərkib hissələri və onların qarşılıqlı əlaqəsi

*İnfometriya* — informasiyanın miqdarı, strukturu və dinamikası ilə bağlı statistik və riyazi metodların tətbiqini öyrənən elmi sahədir. Bu anlayış ilk dəfə 1979-cu ildə O. Nacke tərəfindən irəli sürülmüşdür. İnfometriya, informasiyanın bütün növlərini əhatə edə bilir və altı alt istiqamətlərə ayrılır: Elmmetriya, Bibliometriya, Kibermetriya, Altmetriya, Sitatometriya və Vebometriyanı aid etmək olar.

*Elmmetriya* — elmin inkişafı, strukturu və dinamikasını öyrənən statistik tədqiqat sahəsidir. Burada elmi fəaliyyətin məhsuldarlığı, informasiya axınları və tədqiqatçılararası əməkdaşlıqlar analiz olunur. Elmmetriya sahəsinin əsasını 1960-cı illərdə Derek John de Solla Price qoymuşdur. Bu sahə bibliometriya, sitatometriya və altmetriya ilə sıx əlaqəlidir və elmi jurnalların, məqalələrin, tədqiqatçıların təsirini ölçmək üçün istifadə olunur. Elmi siyasətin formalaşdırılmasında və strateji qərarların qəbulunda mühüm rol oynayır.

*Bibliometriya* — elmi məqalə və kitabların, onlara edilən istinadların statistik təhlilini aparan sahədir. Bu anlayışı ilk dəfə

1969-cu ildə Alan Pritchard təqdim etmişdir. Əsas məqsəd elmi fəaliyyətin məhsuldarlığını və təsirini ölçməkdir. Müəlliflərin aktivliyi, jurnalların təsir faktoru və istinadların sayı bu sahənin əsas göstəriciləridir. Bibliometriya elmi fəaliyyətin obyektiv meyarlarla dəyərləndirilməsini təmin edir.

*Sitatometriya* — elmi nəşrlərə edilən istinadların say və keyfiyyətinə əsaslanan statistik təhlil sahəsidir. Bu anlayış 1970-ci illərdən etibarən elmi fəaliyyətin qiymətləndirilməsində tətbiq olunur. Sitatların sayı və yayılma xüsusiyyətləri əsasında tədqiqatçıların, jurnalların və elmi işlərin nüfuzu ölçülür. Sitatometriya, həmçinin elmi işlərin əhəmiyyətini və populyarlığını dəyərləndirməkdə geniş istifadə olunur.

*Kibermetriya* — internet və kiberfəzada informasiya axınlarının yayılması və istifadəsini təhlil edən sahədir. Bu anlayış 1997-ci ildə Tomas C. Almind və Peter Ingwersen tərəfindən irəli sürülmüşdür. Kibermetriya, informetriya və vebometriyanın birləşməsi kimi formalaşaraq, veb məlumatların strukturlarını və əlaqələrini analiz edir. O, veb saytların təsirini, istifadəçi davranışlarını və rəqəmsal informasiya axınlarını öyrənməkdə mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Kibermetriya, eyni zamanda, elmi təşkilatların və universitetlərin onlayn nüfuzunu da qiymətləndirməkdə istifadə olunur.

*Vebometriya* — veb səhifələrin strukturu, hiperəlaqələri və internetdəki elmi məzmunların təsirini təhlil edən statistik sahədir. Əsas məqsədi – internet üzərindən elmi biliklərin yayılmasını və onların təsir gücünü qiymətləndirməkdir. Vebometriya həm də elmi təşkilatların və universitetlərin onlayn mövcudluğunu və nüfuzunu analiz etməyə imkan yaradır.

*Altmetriya* — sosial media və onlayn platformalarda elmi məzmunun təsirini, paylaşımaları və qarşılıqlı əlaqələri ölçən sahədir. Bu anlayış, ilk dəfə 2000-ci illərin əvvəllərində yaranmış və sosial şəbəkələrdəki fəaliyyətlərin statistik təhlilinə əsaslanır. Altmetriya paylaşımalar, bəyənmələr, şərhlər və digər istifadəçi reaksiyalarının təhlili ilə sosial məzmunun yayılma dinamikasını öyrənir. Altmetriyanın əsas məqsədi, sosial şəbəkələrdəki məzmunun təsirini, populyarlığını və istifadəçi davranışlarını ölçməkdir.

**Ədəbiyyat:**

1. Əlizadə, N. (2019). *Elmmetriya və Bibliometriya: Elmi araşdırmaların ölçülməsi*. Bakı: ADPU Nəşriyyatı.
2. Price, D. J. de Solla (1963). *Little Science, Big Science*. Columbia University Press.
3. Pritchard, A. (1969). *Statistical Bibliography or Bibliometrics?* Journal of Documentation, 25(4), 348-349.
4. Almind, T. C., & Ingwersen, P. (1997). *Cybermetrics: Citation Analysis on the Internet*. Journal of Documentation, 53(4), 404-421.
5. Bourne, R., & Kessler, M. (2010). *Impact of Citation Metrics and Bibliometric Indicators on Research and Academic Careers*. Journal of Scientometric Research, 3(1), 59-67.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi

Qrup: RİN2201B

Zamanova Mələk Bəybala

[melekzamanova2003@gmail.com](mailto:melekzamanova2003@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. M. A. Musayeva

## **Ənənəvi və müasir pedaqoji tədris metodlarının müqayisəsi**

### **Plan:**

1. Giriş
2. Ənənəvi tədris metodlarının mahiyyəti
3. Müasir tədris yanaşmaları və “Flipped Classroom” modeli
4. Ənənəvi və müasir təlimin müqayisəli təhlili
5. Gələcəyin tədris metodları və süni intellektin rolu
6. Nəticə və təkliflər

### ***Giriş***

Cəmiyyətin inkişafı, informasiya texnologiyalarının təhsilə nüfuzu və qloballaşan dünya yeni tədris modellərinin zəruriliyini ortaya çıxarmışdır. Müasir dövrün tədris tələbləri artıq yalnız bilik ötürmək deyil, eyni zamanda tələbələrdə tənqidi düşüncə, yaradıcılıq, problem həll etmə və texnologiyadan düzgün istifadə bacarıqlarını formalaşdırmaqdır. Bu səbəbdən pedaqoji metodların təkamülü – ənənəvidən müasirə və gələcəyə keçidi – müasir təhsil sistemlərinin diqqət mərkəzindədir.

### ***Ənənəvi tədris metodlarının mahiyyəti***

Ənənəvi tədris əsasən müəllim mərkəzli yanaşmaya əsaslanır. Burada müəllim bilik ötürən, tələbə isə qəbul edən roldadır.

***Əsas xüsusiyyətlər:***

- Müəhazirə və izah əsaslı dərs (müəllim əsas bilik mənbəyidir)
- Passiv öyrənmə (Müəllim nəzarətçidir və bilik daşıyıcısıdır)
- Fəaliyyətlərin azlığı (Kitab və yazılı materiallar)
- Yaddaşa əsaslanan qiymətləndirmə (Standartlaşdırılmış qiymətləndirmə)

Bu metod uzun illər effektiv hesab olunsada, texnologiya əsrində tələbələrin maraq və bacarıqlarına tam cavab vermir.

***Müasir tədris yanaşmaları və “Flipped Classroom” modeli***

Müasir pedaqoji yanaşmalarda tələbə öyrənmənin mərkəzində dayanır. Müəllim isə yönləndirici və dəstəkçi rolunu oynayır.

Əsas xüsusiyyətlər:

- Fəal və interaktiv öyrənmə (layihə əsaslı öyrənmə, araşdırma aparır, təqdimatlar hazırlayır)
- Problem əsaslı və layihə yönümlü dərslər (Müəllim bələdçidir və təlim prosesinin təşkilatçısıdır)
- Texnologiyanın tədrisə inteqrasiyası (Elektron resurslar, video dərslər, vebinarlar, Rəqəmsal texnologiyalar, onlayn platformalar, (məsələn, Moodle)
- Əməkdaşlıq və tənqidi düşüncə bacarıqlarının inkişafı (bacarıqların və kompetensiyaların formalaşdırılmasıdır)
- Flipped Classroom (“Tərsinə çevrilmiş sinif”) metodu bu yanaşmanın nümunəsidir.

***Bu modeldə:***

- Dərsə hazırlıq evdə video, məqalə və ya platformalar vasitəsilə aparılır.
- Sınıfdə müzakirələr, təhlil və praktiki tapşırıqlar həyata keçirilir.

- Tələbələr dərstdə daha fəal olur, müəllim fərdi dəstək göstərə bilir.

Bu modelin tədqiqatlara əsaslanan üstünlükləri:

- Tələbələrin dərsi daha dərinlən mənimsəməsi
- Tənqidi düşüncənin inkişafı
- Fərdi öyrənmə tempinə uyğunlaşma

***Ənənəvi və müasir təlimin müqayisəli təhlili***

| <b>Meyar</b>            | <b>Ənənəvi metod</b> | <b>Müasir metod/<br/>Flipped Classroom</b> |
|-------------------------|----------------------|--------------------------------------------|
| Təlim mərkəzi           | Müəllim              | Tələbə                                     |
| Öyrənmə forması         | Passiv               | Aktiv, tətbiq yönümlü                      |
| Texnologiyadan istifadə | Kitab                | Elektron resurslar                         |
| Qiymətləndirmə          | Nəticəyə yönəlik     | Prosesə əsaslanan                          |
| Əməkdaşlıq              | Məhdud               | Qrup işi və layihə əsaslı                  |
| Uyğunlaşma              | Standart yanaşma     | Fərdi temp və maraqlara uyğunlaşma         |

***Gələcəyin tədris metodları və süni intellektin rolu***

Təhsilin gələcəyi daha fərdiləşmiş, texnologiya ilə daha çox inteqrasiya olunmuş və süni intellekt (SI) ilə idarə olunan modellərə əsaslanacaq.

***Gözlənilən dəyişikliklər:***

- Adaptiv öyrənmə sistemləri: Süni intellekt tələbənin bacarıqlarına uyğun dərslər planlaşdıracaq.
- Süni intellektlə idarə olunan mentorlar: Avtomatik geribildirim verən və tələbəni istiqamətləndirən sistemlər.

- Virtual və artırılmış reallıq: Abstrakt anlayışların vizual öyrədilməsi.
- Blended və gamification modelləri: Oyun elementləri və qarışıq formatlı dərslər.

Bu yanaşmaların tətbiqi ilə təhsil daha fərdi, maraqlı və nəticəyönümlü olacaq. UNESCO və OECD kimi beynəlxalq qurumlar bu istiqamətdə yeni strategiyalar irəli sürür.

### ***Nəticə və təkliflər***

Ənənəvi tədris metodları müəyyən hallarda faydalı olsa da, müasir tədris modelləri tələbənin potensialını üzə çıxarmaqda və XXI əsr bacarıqlarını formalaşdırmaqda daha effektivdir. Flipped Classroom modeli və süni intellektin tətbiqi təhsildə inqilabi dəyişikliklərə səbəb olmaq potensialına malikdir.

### ***Təkliflər:***

- Müəllimlər müasir metodlar və texnologiyalarla bağlı təlimlərə cəlb olunmalıdır.
- Flipped classroom kimi modellər universitetlərdə pilot layihə kimi sınaqdan keçirilməlidir.
- Süni intellekt alətləri ilə tədris planlaması təşviq edilməlidir.
- Ənənəvi metodlar tam inkar olunmadan, müasir modellərlə uyğunlaşdırılmalıdır.

### ***Ədəbiyyat:***

1. *Mehdiyev A.Ə.* (2014). Müasir təlim texnologiyaları. Bakı: Təhsil. <https://anl.az/el/Kitab/Azf-269214.pdf>
2. *Əliyeva, S.* (2021). Müasir tədris metodları və rəqəmsal təhsilin imkanları. Bakı: Təhsil Nəşriyyatı.
3. *Quliyev, R.* (2023). İnformatika fənninin tədrisində interaktiv yanaşmalar. Bakı Dövlət Universiteti, metodik vəsait.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RIN2102B.

Qafarova Rəşidə Rəşid

[gafarovareside3@gmail.com](mailto:gafarovareside3@gmail.com)

Elmi rəhbər: r.ü.f.d. A. Ş. Həbibova.

### **Matlab proqramında təcrübi verilənlərin emalı.**

#### **Plan:**

1. **MATLAB-da verilənlərin emalının əhəmiyyəti**
2. **İnterpolyasiya və aproksimasiyanın fərqi və tətbiqi**
3. **MATLAB-da interpolyasiya və aproksimasiya üsulları**
4. **Nəticələrin qiymətləndirilməsi**

MATLAB-ın təqdim etdiyi müxtəlif funksiyalar və alqoritmlər, verilənlərdəki səhvləri aradan qaldırmağa, məlumatları optimallaşdırmağa və daha dəqiq nəticələr əldə etməyə imkan verir. Bu xüsusiyyətlər, xüsusilə elm, mühəndislik və maliyyə sahələrində mürəkkəb analizlər apararkən əvəzsizdir. MATLAB, verilənlərin tənzimlənməsi, statistik analizlər, qrafik təsvirlər və daha mürəkkəb hesablama modellərinin qurulması sahələrində üstünlük təşkil edir.

**İnterpolyasiya və aproksimasiya** verilənləri təhlil etmək üçün istifadə edilən iki fərqli yanaşmadır, lakin hər ikisi də məlumatların üzərində təxmini nəticələr əldə etmək məqsədi güdür.

#### **İnterpolyasiya**

- **Tərif:** İnterpolyasiya, verilən nöqtələr arasında **dəqiq** bir funksiyanı təyin etmək üçün istifadə olunur. Yəni, məlum nöqtələrdən keçən və bu nöqtələrdəki verilənləri təkrarlayan

bir funksiyanı tapmağa çalışır. İnterpolyasiya, verilənlər arasında təxmini qiymətlər əldə etməyə imkan verir.

- **Fərq:** İnterpolyasiya ilə əldə edilən nəticələr **verilən nöqtələrdə tam uyğun gəlir.**

**Matlabda interpolyasiya üsulları:**

Xətti interpolyasiya:  $yq = \text{interp1}(x, y, xq, 'linear')$

Kvadratik interpolyasiya:  $yq = \text{spline}(x, y, xq)$

Parçalı kubik interpolyasiya:  $yq = \text{pchip}(x, y, xq)$

İkiölçülü interpolyasiya:  $zq = \text{interp2}(X, Y, Z, Xq, Yq, 'linear')$

**Aproksimasiya**

- **Tərif:** Aproksimasiya, verilən nöqtələrə ən yaxşı uyğunlaşan bir **funksiya** tapmağa çalışır. Aproksimasiya edilən funksiya, verilən nöqtələrdən **tam keçməyə bilər**, amma ümumilikdə verilənlərə ən yaxın olan bir funksiyanı təmsil edir.

- **Fərq:** Aproksimasiya, verilən nöqtələrə **tam uyğun gəlməyə** bilər, amma ümumi tendensiyanı yaxalayır.

**Matlabda aproksimasiya üsulları:**

Polinom aproksimasiya:  $p = \text{polyfit}(x, y, n)$

Ən kiçik kvadratlar metodu:  $[\text{beta}, \text{resnorm}] = \text{lsqcurvefit}(\text{fun}, \text{beta0}, x, y)$

Funksiya uyğunlaşdırma:  $f = \text{fit}(x', y', 'poly2')$

Əyri uyğunlaşdırma:  $\text{fitobject} = \text{fit}(x, y, 'exp2')$

MATLAB-da interpolyasiya və aproksimasiya üsullarını tətbiq etdikdən sonra, bu üsulların nə qədər doğru və faydalı olduğunu qiymətləndirmək vacibdir.

**1. Xəta analizi:**

- İnterpolyasiyada xəta funksiyası belə göstərilə bilər:

$$e_i = |y_i - \tilde{y}_i|$$

- $e_i$  -  $i$ -ci nöqtə üçün xəta.
- $y_i$  - orijinal verilən nöqtə.
- $\tilde{y}_i$  - interpolasiya ilə əldə edilən təxmini qiymət.
- Aproximasiya üçün **ən kiçik kvadratlar** funksiyasını istifadə edərkən, ümumi xətanı hesablamaq olar:

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2$$

Burada  $E$  - ümumi xəta funksiyasıdır və verilən nöqtələrə olan uyğunluğun ölçüsüdür.

## 2. Qrafik analizi:

- İnterpolyasiya üçün qrafikdə **xətti interpolasiya** və **kvadrat interpolasiya** üsullarını müqayisə etmək faydalıdır.
- Aproximasiya nəticələri, verilən nöqtələrdən **tam keçməyə bilər**, amma ümumi tendensiyanı düzgün göstərməlidir. Burada **polinom** və ya **eksponensial** funksiyanın verilənlərə uyğunlaşdırılmasını göstərmək üçün istifadə olunur.

## 3. Metodların müqayisəsi:

- **İnterpolyasiya** metodları verilən nöqtələrdə daha dəqiq nəticələr verir, amma nöqtələr arasında daha az məlumat olur.
  - **Aproximasiya** metodları verilənlərə daha ümumi uyğunlaşma təmin edir, lakin bəzi nöqtələrdə dəqiqlik itir.
- MATLAB mühitində interpolyasiya və aproksimasiya üsullarının tətbiqi, təcrübə verilənlərin daha dəqiq təhlili və etibarlı nəticələrin əldə olunması baxımından mühüm əhəmiyyət daşıyır.

## Ədəbiyyat:

1. *H.Ə.Məmmədov, Q.Ə.Rüstəmov, R.Q.Rüstəmov. Mühəndis riyaziyyatı. Bakı-2015*
2. *İnternet resursları*

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: İNF2303B

Qarayeva Nərmən Elşad

[nrmin494@gmail.com](mailto:nrmin494@gmail.com)

Elmi rəhbər: müəll. X. Ə. Əliyeva

### **Təhsildə süni intellekt: öyrənmədə çətinliklər və imkanlar**

**Xülasə:** *Məqalədə yeni pedaqoji texnologiyaya əsaslanan tədris prosesində süni intellektin müasir təhsildə tətbiqindən bəhs edilir. Son zamanlar süni intellektin istifadəsi həyatımızın müxtəlif sahələrində, tibbdə, maliyyədə, bank və biznesdə, maşınqayırmada, aviasiyada və hətta təhsildə getdikcə daha geniş yayılıb.*

**Açar sözlər:** *süni intellekt, təhsil sistemi, tələbə, müəllim*

Bulud hesablamaları, böyük verilənlər və dərin öyrənmə kimi yeni texnologiyaların meydana çıxması ilə təhsil müəssisələri süni intellektə inteqrasiya etmək üçün unikal imkanlara malikdir.

Qloballaşma texnoloji yeniliklər və cəmiyyətin tələbləri təhsil sisteminin şəklini dəyişdirir. Ənənəvi təhsil yanaşmaları artıq müasir dünyaya uyğun deyil, buna görə də təhsil metodları və yanaşmaları daim yenilənir. Beləliklə təhsil bu günlərdə sürətlə dəyişir və inkişaf edir. Bu dəyişiklikləri daha yaxşı anlamaq üçün təhsildəki mövcud əsas trendlərə nəzər salaq:

Rəqəmsal təhsil və onlayn təhsil- rəqəmsal texnologiyalara təhsil sisteminə böyük təsir göstərir. İnteqrasiya edilmiş onlayn dərslər platformalar və tətbiqlər təhsil alqoritmlərini dəyişdirir.

Artıq tələbələr hər hansı bir yerə getmək məcburiyyətində olmadan internet üzərindən dərslərə qoşula bilirlər.

**Zoom, Google Classroom, Moodle, Khan Academy** kimi onlayn platformalar müəllimlərə və tələbələrə hər yerdən təhsil imkanı təqdim edir.

Təhsildə süni intellektin istifadəsi təhsilin keyfiyyətinin əhəmiyyətli dərəcədə yüksəlməsinə, o cümlədən daha fərdiləşdirilmiş təlimə, daha səmərəli təlim proseslərinə, həm də tələbələrdə tənqidi təfəkkürün və yaradıcı ifadənin inkişafına səbəb ola bilər.

Bu yazıda biz təhsildə süni intellektdən istifadənin müxtəlif aspektlərini nəzərdən keçirəcəyik, onun üstünlüklərini və mənfi cəhətlərini müzakirə edəcəyik. Süni intellektin öyrənmədə tələbələrə, şagirdlərə yaratdığı faydalara nəzər salaq: Tələbələr öz sürətlərinə uyğun öyrənmə bilirlər, geniş resurslara çıxış əldə edirlər, coğrafi və zaman məhdudiyyətləri aradan qalxır.

Süni intellektin həmçinin öyrənmədə yaratdığı çətinliklər də var: bəzi tələbələr üçün texnologiyaya çıxış çətin ola bilər (hətta onlayn dərslər bəzən motivasiya azlığına səbəb olur).

Məqsədimiz təkcə təhsildə süni intellektdən istifadənin mövcud vəziyyətini nəzərdən keçirmək deyil, həm də gələcəkdə bu texnologiyadan səmərəli istifadə üçün tövsiyələr və həllər təqdim etməkdir.

#### **Ədəbiyyat:**

1. <https://ict.az/az>
2. [https://aem.az/muasir-texnologiyalarin-ve-suni-intellektin-tehsilde-tetbiqi?utm\\_source=chatgpt.com](https://aem.az/muasir-texnologiyalarin-ve-suni-intellektin-tehsilde-tetbiqi?utm_source=chatgpt.com)

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RIN2302B.**

**Məhərrəmovə Tomris Namiq**

[2006tomris@gmail.com](mailto:2006tomris@gmail.com)

**Elmi rəhbər: müəll. F. Q. Səfəraliyeva.**

## **Mesh şəbəkələri və 5G: Yeni nəsil rabitənin sintez olunması**

### **Plan:**

1. Giriş - qlobal çağırışların rabitəyə təsiri
2. Mesh və 5G-nin sintezi - fəvqəladə hallarda davamlı rabitə
3. Ağıllı sistemlərdə tətbiqi – şəhər, enerji, səhiyyə və kənd təsərrüfatı
4. İnformasiya təhlükəsizliyi - kriptografiya və autentifikasiya
5. Nəticə - texnoloji inkişaf və strateji təhfələr

Əhalinin dəyişməsi, urbanizasiya və iqlim şəraiti kimi qlobal çağırışlar fonunda müasir rabitə sistemlərinin daha çevik, dayanıqlı və əlçatan olması zərurəti yaranmışdır. Bu baxımdan, Mesh texnologiyaları ilə 5G sistemlərini sintez etmək, hazırda fəvqəladə hallar zamanı informasiya axınının dayandırılmamasını təmin etmək üçün böyük potensiala malikdir.

Rabitə infrastrukturunun sıradan çıxdığı təbii fəlakətlər, texnogen qəzalar və humanitar problemlər zamanı bu texnologiyanın birgə istifadəsi həyat qurtarıcı rol oynaya bilər.

Mesh şəbəkələri öz-özünü idarə edir, mərkəzsizləşdirilmiş sistemlər olaraq, hər bir cihazın həm ötürücü, həm də qəbuledici kimi fəaliyyət göstərməsinə imkan yaradır. Bu şəbəkədə hər hansı bir node-un sıradan çıxması məlumat ötürülməsini dayandırmır,

dəqiq məlumat alternativ marşrutlar vasitəsilə ötürülür. Fövqəladə hallarda istifadə olunan bu cür şəbəkələr, quraşdırılmış infrastrukturun ya məhv olduğu, ya da qismən sıradan çıxdığı situasiyalarda sürətli və etibarlı rabitə ilə şəbəkə ehtiyacını qarşıyırlar. Həmçinin, node-ların əlavə olunması və ya dəyişdirilməsi şəbəkənin elastikliyinə artırır.

5G texnologiyası, rabitənin yüksək keyfiyyətini təmin etməklə yanaşı, yüksək sürət, minimal gecikmə və eyni anda çoxsaylı cihazın şəbəkəyə qoşulması kimi imkanlar yaradır. Bu imkanlar, fövqəladə vəziyyətlərdə sensor və mobil cihazlardan real vaxt rejimində məlumatların toplanması və operativ təhlili üçün böyük əhəmiyyət kəsb edir. 5G texnologiyası ilə təchiz edilmiş Mesh şəbəkələri vasitəsilə əraziyə dronlar göndərilir, görüntülər, istilik xətləri və digər sensor məlumatlar toplanaraq təhlil edilir və qərarvermə prosesinə daxil edilir.

Mesh və 5G texnologiyalarının sintezi ilə formalaşdırılan hibrid sistemlər yalnız fövqəladə hallar üçün deyil, həm də ağıllı şəhər konsepsiyalarında, şəhər infrastrukturunun avtomatlaşdırılmasında, enerjinin idarə olunmasında, səhiyyənin texnologiya ilə idarə edilməsində və kənd təsərrüfatında resurslardan səmərəli istifadə olunmasında tətbiq edilir. Mesh və

5G texnologiyalarının birgə istifadəsi genişmiqyaslı məlumatların əldə edilməsinə imkan yaradır.

İnformasiya təhlükəsizliyi də bu sistemlərdə mühüm yer tutur. Hər bir node müstəqil şəkildə fəaliyyət göstərdiyindən, nəzarət risklərinin idarə edilməsi üçün kriptografik protokolların tətbiqi

və hər bir node-un autentifikasiyası vacibdir. Əks halda, hücumlara və ya məlumat sızmalarına zəmin yarana bilər.

*Nəticə etibarilə*, müasir çağırışlar və global risklər fonunda Mesh və 5G texnologiyalarının birləşməsi yalnız texnoloji innovasiya deyil, eyni zamanda sabit və davamlı inkişaf strategiyasına xidmət edir. Bu baxımdan, dövlət strukturları ilə özəl sektor arasında əlaqələrin gücləndirilməsi, elmi-tədqiqat fəaliyyətlərinin dəstəklənməsi və normativ hüquqi bazanın inkişafı bu texnologiyanın genişmiqyaslı tətbiqinə mühüm töhfə verə bilər.

**Ədəbiyyat:**

1. Akyildiz, I. F., Wang, X., & Wang, W. (2005). Wireless mesh networks: a survey. Computer networks.
2. Aldas, S., & Babakian, A. (2023). Cloud-Native Service Mesh Readiness for 5G and Beyond.
3. McIntyer, T., Russon, M. J., Dudley, (2015). Military Application of Directional Mesh Networking.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2302B

Zöhrabova Kübra Nicat

[kubrazohrabova25@gmail.com](mailto:kubrazohrabova25@gmail.com)

Elmi rəhbər: p.ü.f.d. F. Q. Səfərəliyeva

## **İnformasiya təhlükəsizliyi: Kiberhücumlardan qorunmanın yolları**

### **Plan:**

- 1. İnformasiya təhlükəsizliyi və kiberhücum anlayışı**
- 2. Ən çox yayılan kiberhücum növləri**
- 3. Real faktlar və milli səviyyədə görülən tədbirlər**
- 4. Kiberhücumlardan qorunma yolları**

Müasir dövr informasiya əsri adlandırılır və bu səbəbdən də informasiyanın qorunması, onun təhlükəsizliyi məsələsi gündəmdə olan ən vacib problemlərdən biridir. İstər fərdi, istərsə də dövlət səviyyəsində məlumatların düzgün idarə olunması və icazəsiz müdaxilələrdən qorunması bütün sahələrdə fəaliyyətin davamlılığını təmin edir. İnformasiya təhlükəsizliyi -məlumatların məxfiliyini, bütövlüyünü və əlçatanlığını qoruyan tədbirlər və texnologiyalar toplusudur.

Son illərdə texnologiyanın inkişafı ilə paralel olaraq kiberhücumlar da sürətlə artmış və daha mürəkkəb forma almışdır. İstifadəçilərin şəxsi məlumatlarının oğurlanması, dövlət qurumlarına yönəlmiş haker hücumları, maliyyə sistemlərinə sızmalar - bunlar artıq adi hadisəyə çevrilib. Bu cür hücumların qarşısını almaq üçün əvvəlcə onların mahiyyətini

anlamaq və təhdid səviyyəsini düzgün qiymətləndirmək vacibdir.

Kiberhücumlar, kompüter sistemlərinə, şəbəkələrə və məlumatlara zərər vurmaq, onları oğurlamaq və ya pozmaq məqsədilə həyata keçirilən zərərli fəaliyyətlərdir. Ən çox rast gəlinən hücum növləri bunlardır:

**Phishing hücumları:**İstifadəçilərin şəxsi məlumatlarını (şifrə, bank kartı) ələ keçirir.

**Ransomware:**Kompüterdəki faylları şifrələyən zərərli proqramlardır.

**DDoS hücumları:**Serveri və ya saytı qeyri-ışlək hala salmaq üçün istifadə olunur.

**Zero-day hücumları:**Hələ təyin olunmamış proqram zəifliklərini hədəf alan hücumlardır.

**Social manipulation:**İnsan psixologiyasından istifadə edərək məlumatları əldə etmə üsuludur.

İndi isə gündəmdə olan real faktlara nəzər yetirək. 2024-cü ildə saxta videolarla (deepfake) bank hesabları və dövlət orqanları hədəf alınıb. Təkcə bu ildə ümumi zərər 30 milyard dollar civarında qiymətləndirilir. Gündəlik istifadə etdikləri proqramlar və oyunlar vasitəsilə uşaqların da şəxsi məlumatları hədəfə alınır. 2024-cü ildə Microsoft Exchange Server-ə edilən hücum zamanı yüzlərlə şirkətin daxili məlumatları sızdırıldı. Eyni ildə MOVEit Transfer adlı fayl ötürmə platformasına edilən hücum nəticəsində də böyük miqdarda məlumat oğurlanaraq internetdə yayılmışdı. Bu hücumlar göstərdi ki, hətta böyük texnologiya şirkətləri belə daim risk altındadır. Daha maraqlısı isə odur ki, artıq süni intellektlə yaradılmış hücumlar da meydana çıxıb. Məsələn, AI ilə yazılmış phishing e-mailləri daha inandırıcı və real görünür. Hətta bəzi hallarda rəhbər şəxsin səsi və görüntüsü deepfake ilə yaradılıb, işçilərə pul köçürmək əmri verilib.

Azərbaycan da kibertəhlükələrə qarşı mübarizəyə xüsusi diqqət yetirir. 2024-cü ildə “Kibertəhlükəsizlik Strategiyası – 2025” sənədi hazırlanıb. Bu sənəddə dövlət qurumlarında informasiya təhlükəsizliyinin artırılması, işçilərin təlimləndirilməsi, şəxsi məlumatların qorunması və kibertəhlükələrə qarşı milli reaksiya planları yer alır. Bundan əlavə, Dövlət Təhlükəsizliyi Xidməti, CERT.AZ, RİNN və digər qurumlar ölkə daxilində baş verən kiberinsidentləri izləyir vəictimaiyyəti məlumatlandırır. Bu faktlar onu göstərir ki, kiberhücumlar artıq yalnız texniki məsələ deyil, həm də ictimai və milli təhlükəsizlik məsələsinə çevrilib. Bu səbəbdən hər bir insan, şirkət və dövlət qurumu bu sahədə aktiv və diqqətli olmalıdır.

Böyük şirkətlər, qurumlar milli və beynəlxalq çərçivədə kiberhücumlardan qorunmaq üçün addımlar atır. Özümüzə sual verək. Azyaşlılar və yaşlı nəsil də informasiya texnologiya-larından istifadə etdiyi halda, kiberhücumlardan qorunmaqla bağlı nə qədər məlumatlıdırlar?

Metro afişalarında “Kiberhücumlara qarşı maarifləmək!” yazmaq kifayət edərmi? Əlbəttəki yox. Tədqiqatlara görə dünyada hər 39 saniyədə bir yeni kiberhücum baş verir. Bu, gündə təxminən 2200-dən çox hücum deməkdir. IBM-in araşdırmasına əsasən, kibertəhlükələrin təxminən 95%-i insan faktoru ilə bağlıdır – yəni zəif şifrələr, kliklənen şübhəli linklər və diqqətsiz davranışlar. İllər keçsə də, ən çox sındırılan və ən çox istifadə olunan şifrə hələ də “123456” olaraq qalır. Digər “populyar” zəif şifrələr arasında “password”, “qwerty” və doğum tarixləri də var. Son illərdə bir çox real kiberhücum hadisələri dünya gündəmini zəbt edib.

**Maarifləndirmə:** Naməlum linklərə klikləməmək, tanımadığın şəxslərdən gələn faylları açmamaq lazımdır. Maarifləndirmə tədbirləri məktəblərdə və iş yerlərində geniş

yayılmalıdır. Xüsusilə azyaşlı uşaqlar və yaşlı nəsil kibertəhlükələrə qarşı daha həssas qruplardır. Onların bu mövzuda məlumatlı olmaması, onları hədəfə çevrilə bilər. Buna görə də, kibertəhlükəsizlik təlimləri tədris müəssisələrində dərstdən əlavə məşğələlər, seminarlar şəklində keçirilə bilər. Hətta bu mövzu təlim-tədris proqramlarının bir hissəsinə çevrilməlidir. Erkən yaşdan maarifləndirmə gələcəkdə həm fərdi, həm də milli səviyyədə təhlükəsizlik üçün əsaslı addım olacaq.

**Nəticə:** Rəqəmsal dövrdə təhlükəsizlik yalnız texnologiya ilə yox, həm də insan faktoruyla formalaşır. Kibertəhlükələrdən qorunma yalnız fərdi deyil, ümumi təhlükəsizliyin əsas şərtidir. Eyni zamanda, bu sahədə beynəlxalq təcrübələrdən yararlanmaq və milli səviyyədə strategiyaları gücləndirmək önəmlidir. Tədris proqramlarında informasiya təhlükəsizliyinə dair bölmələrə daha çox yer verilməlidir. Xüsusilə məktəblərdə və universitetlərdə bu mövzu gündəlik həyatla əlaqələndirilərək tədris olunmalıdır. Gələcəyin texnologiyalarla bağlı olduğunu nəzərə alsaq, informasiya təhlükəsizliyi hər bir fərdin həyat bacarığına çevrilməlidir.

### **Ədəbiyyat:**

1. Azərbaycan Respublikası Rəqəmsal İnkişaf və Nəqliyyat Nazirliyi. (2024). Kibertəhlükəsizlik Strategiyası – 2025. Bakı: RİNN.
2. CERT.AZ. (2023). Kibertəhlükəsizlik üzrə maarifləndirici materiallar. <http://cert.az>
3. Stallings, W. (2020). Network Security Essentials: Applications and Standards (6th ed.). Pearson Education.
4. Andress, J. (2021). Cybersecurity Essentials (2nd ed.). Sybex.
5. Europol. (2023). Internet Organised Crime Threat Assessment (IOCTA) Report. <https://www.europa.europa.eu>

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RİN2101B**

**Abdullayeva Dərya Bəhmən**

**[daryaabdullayeva@gmail.com](mailto:daryaabdullayeva@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: müəllim, S. A. Həziyeva**

### **Onlayn təhsil kurslarının genişlənməsi və onun təsirləri**

Onlayn təhsil - texnologiya və internet vasitəsilə tədrisin həyata keçirildiyi müasir öyrənmə formasıdır. Ənənəvi təlim mühitindən fərqli olaraq, bu təhsil modeli şagird və müəllimin fiziki olaraq eyni məkanda olmasını tələb etmir. Məhz bu xüsusiyyətinə görə onlayn təhsil çeviklik, əlçatanlıq və zaman baxımından sərbəstlik kimi üstünlükləri ilə seçilir.

Onlayn təhsilin ilkin formaları XX əsrin sonlarında, elektron poçt və veb əsaslı materiallarla başlamışdı. Lakin 2000-ci illərin əvvəllərindən etibarən sürətli internetin yayılması, tədris platformalarının (məsələn, Moodle, Blackboard) inkişafı və video konfrans texnologiyalarının təkmilləşməsi ilə bu sahədə ciddi irəliləyiş müşahidə olundu. 2020-ci ildə baş verən COVID-19 pandemiyası onlayn təhsilin inkişafını sürətləndirmiş və onu əvvəlki kimi yalnız alternativ deyil, qlobal miqyasda tətbiq olunan əsas təhsil formalarından birinə çevirmişdir. Bu gün onlayn təhsil artıq təkcə çətin zamanların çıxış yolu deyil, həm də davamlı və əlçatan bir təhsil formasıdır. Onun çevikliyi və münasibliyi təhsili daha çox insan üçün mümkün edir.

Onlayn təhsil bir sıra mühüm üstünlüklərə malik olsa da, müəyyən çatışmazlıqları da mövcuddur. Bu çatışmazlıqlardan ən başlıcası şagirdlərlə müəllimlər arasında üzbəüz ünsiyyətin

olmamasıdır. Bu, tələbələrdə sosial izolasiya hissi yarada bilər və onların ehtiyac duyduqları pedaqoji dəstəyi vaxtında əldə etmələrini çətinləşdirə bilər. Digər mühüm problem isə texniki vasitələrə çıxışla bağlıdır.

Onlayn təhsilin həyata keçirilməsi üçün stabil internet bağlantısı, kompüter və ya smartfon kimi texnoloji vasitələr tələb olunur ki, bu da maddi imkan məhdud olan ailələrin övladları üçün ciddi maneələr yaradır. Bu kimi mövcud problemlərə baxmayaraq, onların aradan qaldırılması üçün mümkün həll yolları mövcuddur. Üzbəüz ünsiyyətin çatışmazlığı interaktiv dərs metodları, qrup işləri və müəllim-şagird görüşləri ilə qismən kompensasiya oluna bilər. Eyni zamanda, platformalardakı mesajlaşma və rəy funksiyalarından səmərəli istifadə sosial əlaqəni gücləndirə bilər. Texniki imkanların məhdudluğu isə dövlət və sosial layihələr vasitəsilə həll oluna bilər.

Aşağı gəlirli ailələrə texniki vasitələrin təqdim olunması və güzəştli internet paketlərinin təmin edilməsi bu sahədə vacib addımlardandır. Həmçinin, müəllim və şagirdlər üçün onlayn tədris bacarıqlarını artırmağa yönəlik təlimlər təşkil olunmalıdır. Bu tədbirlər onlayn təhsilin keyfiyyətini yüksəltməyə və mövcud çətinlikləri aradan qaldırmağa kömək edə bilər. Beləliklə, onlayn təhsilin təsir dairəsi yalnız təhsil sektoru ilə məhdudlaşmır, həm də digər sahələrə, xüsusilə əmək bazarına əhəmiyyətli şəkildə təsir göstərir. Fərdlər bu gün tələbatın yüksək olduğu sahələr üzrə təşkil olunan təlim və sertifikat proqramlarına asanlıqla qoşularaq peşəkar inkişaflarını təmin edə bilirlər. Məsələn, bir çox gənc onlayn platformalar vasitəsilə qrafik dizayn, proqramlaşdırma və rəqəmsal marketinq kimi sahələrdə ixtisaslaşaraq beynəlxalq

şirkətlərdə məsafədən işləmək imkanı əldə edir. Bu cür proqramlara nümunə olaraq edX platformasında Harvard Universiteti tərəfindən təqdim olunan "CS50: Introduction to Computer Science" kursunu göstərmək olar. Bu kurs minlərlə gəncə proqramlaşdırma bilikləri qazanmaq və bacarıqlarını formalaşdırmaq imkanı yaratmışdır.

Onlayn təhsil kurslarının beynəlxalq nümunələrindən biri kimi Khan Academy platforması da qeyd oluna bilər. 2008-ci ildə yaradılan bu ödənişsiz təhsil platforması riyaziyyat, elm, iqtisadiyyat və digər sahələr üzrə interaktiv dərslər təqdim edir. Müxtəlif mövzuları əhatə etməsi və istənilən şəxs üçün açıq olması bu platformanı digərlərindən fərqləndirir. Khan Academy-də dərslər əsasən video izahlarla təqdim olunur. Hər mövzuya uyğun tapşırıqlar və testlər mövcuddur. İstifadəçilər öz nəticələrini izləyə bilər, müəllim və valideynlər isə öyrənmə prosesini nəzarətdə saxlaya bilərlər. Fənlərə görə bölünməsi və istifadəsinin asan olması bu platformanı daha əlçatan edir.

Onlayn təhsil kurslarının yayılması ənənəvi təhsil müəssisələrinə də əhəmiyyətli təsir göstərmişdir. Bu müəssisələr rəqəmsal mühitə uyğunlaşmaq üçün texnologiyalara və infrastrukturun yenilənməsinə vəsait ayırmalı olmuş, daxili fəaliyyətlərində müəyyən dəyişikliklər etmişlər. Bu isə ənənəvi təhsil müəssisələrini yeniliklərə açıq olmağa və öz fəaliyyətlərini fərqləndirməyə təşviq etmişdir. Azərbaycanda da bu tendensiya müşahidə olunur və Elm və Təhsil Nazirliyinin həyata keçirdiyi müxtəlif layihələr bu sahədə mühüm rol oynayır. Məsələn, Alqoritmika platforması proqramlaşdırma və rəqəmsal bacarıqlar sahəsində uşaqlara yönəlmiş oyun əsaslı dərs metodları ilə

fərqlənir. Bu yanaşma erkən yaşlardan tənqidi düşüncə və İKT bacarıqlarının formalaşmasına kömək edir. Prezident İlham Əliyev Azərbaycanda təhsilin inkişafı və rəqəmsallaşdırılması istiqamətində bir sıra mühüm təşəbbüslər irəli sürmüşdür. 2025–2028-ci illəri əhatə edən "Azərbaycan Respublikasının Süni İntellekt Strategiyası" Prezident İlham Əliyev tərəfindən təsdiqlənmişdir. Bu strategiya süni intellekt texnologiyalarının müxtəlif sahələrdə tətbiqini genişləndirməyi və bu sahədə ixtisaslı kadrların hazırlanmasını hədəfləyir. Bütün bu təşəbbüslər Prezident İlham Əliyevin ölkədə təhsilin inkişafına və rəqəmsal transformasiyaya verdiyi əhəmiyyətin göstəricisidir.

### **Ədəbiyyat:**

1. <https://edu.gov.az/> “Virtual məktəb” layihəsi və pandemiya dövründə məsafədən təhsil.
2. <https://www.khanacademy.org/> Onlayn öyrənmə alətləri və kurslar haqqında məlumat.
3. <https://president.az/> Azərbaycan Respublikasının 2025–2028-ci illər üçün süni intellekt strategiyası.
4. <https://www.edx.org/> CS50: Introduction to Computer Science.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: Inf-2302B

Fərzullazadə Leyla Zaur

[rl02062025@gmail.com](mailto:rl02062025@gmail.com)

Elmi rəhbər: S. A. Həziyeva

### “Təhsil sahəsində yeni rəqəmsal alətlərin tətbiqi”

#### Giriş

Müasir dövrdə informasiya texnologiyaları sürətli inkişaf etmişdir. Bu inkişaf həyatın bütün sahələrinə, eyni zamanda təhsilə böyük təhsir göstərmişdir. Bu məqalə təhsildə rəqəmsal alətlərin tətbiqinin əhəmiyyətini, üstünlüklərini kompleks şəkildə təhlil edir. Rəqəmsal texnologiyaların təhsilə integrasiyası tələbələrin öyrənmə təcrübəsini zənginləşdirməklə yanaşı, müəllimlərdə inonativ pedeqoji metodların tətbiqi üçün geniş imkanlar yaradır. İnteraktiv platformalar , suni intellekt əsaslı öyrənmə proqramları və mobil tətbiqlər təhsil prosesinin gücləndirilməsinə, fərdiləşdirilməsinə və keyfiyyətinin artırılmasına əhəmiyyətli töhfə verir.

Məqalə rəqəmsal alətlərin təhsildə rolunu sistemli şəkildə araşdırır, onların üstünlüklərini və inkişaf istiqamətlərini müəyyənləşdirir. Rəqəmsal alətlərdən düzgün istifadə tələbələrin öyrənmə ardıcılığını və tərzini nəzərə alaraq, onlara fərdi yanaşma təmin edir. Müəllimlər isə analitik platformalar vasitəsilə tələbələrin akademik irəliləyişini izləyir, onların potensialını tam açmağa şərait yaradır. Təhsilin davamlı inkişafı üçün rəqəmsal savadlılığın artırılması vacib amil kimi qeyd olunur. Rəqəmsal texnologiyalar təhsilin keyfiyyətini yüksəltmək üçün geniş potensiala malikdir.

Rəqəmsal texnologiyalar təhsil prosesində bir çox yeni imkanlar yaratmışdır. Bu gün dərslərdə elektron lövhələr, rəqəmsal planşetlər və onlayn platformalar geniş istifadə olunur. Bu rəqəmsal alətlər şagirdlərin dərse marağını artırır və dərsi daha yaxşı mənimsəmələrinə kömək edir. Eyni zamanda, süni intellektə əsaslanan proqram təminatları fərdi öyrənmə üsullarını gücləndirir.

**Rəqəmsal alətlər** -texnologiyanın təhsil, iş və gündəlik həyat sahələrində istifadə olunan proqram və vasitələr toplusudur. Bu alətlər insanların məlumat əldə etməsini, paylaşmasını asanlaşdırır. Xüsusilə təhsildə rəqəmsal alətlər dərslər prosesini daha effektiv edir.

**Bu alətlərin üstünlükləri :**

- Öyrənmə imkanlarının genişləndirilməsi
- Informasiya genişliyi
- Birgə öyrənmə
- Fərdiləşdirilmiş öyrənmə
- Onlayn imtahanlar
- Elektron dərsliklər və qrafik şəkillər

**Təhsildə ən çox istifadə olunan rəqəmsal alətlərin bəziləri ilə tanış olaq:**

**1.Zoom/Microsoft Teams**

Distant təhsil üçün istifadə edilən videobağlantı proqramlarıdır. Hər iki platforma, müasir iş mühitlərində effektiv əlaqə və əməkdaşlığı təmin edir. Canlı dərslər, seminarlar və müzakirələr üçün çox əlverişlidir. Distant təhsil zamanı real vaxtda dərslərin keçirilməsi və şagird-müəllim münasibətlərinin qorunması üçün əlverişlidir. Distant təhsil formasının inkişafı yeni təhsil müəssisələrinin, fakültələrin yaranmasına təkan verir və eyni zamanda bu inkişaf fərdi kompüterlərin və internet şəbəkəsinin inkişafı ilə sürətlənmişdir. Hal-hazırda ən populyar təhsil forması

kimi tanınır. Yalnız sırf distant təhsillə məşğul olan təhsil müəssisələri çox deyildir və bu formada təhsil verən müəssisələr əsasən ABŞ- da geniş yayılmışdır.

## **2.Moodle**

Ən məşhur idarəetmə sistemlərindən biridir. Dərslərin təşkili, qiymətləndirmə və forumlar üçün geniş imkanlar yaradır. Müəllimlər tələbələrin nailiyyətlərini izləyə, qiymətləndirə və geribildirim verə bilirlər. Test və imtahanlar yaratmaq üçün müxtəlif alətlər mövcuddur. Universitet və məktəblərdə böyük kursların idarə olunması üçün ideal platformadır.

## **3.Kahoot**

Müxtəlif oyunlar və testlər vasitəsilə öyrənmə prosesini daha əyləncəli edir. Tələbələr rəqabət və xal sistemi sayəsində daha aktiv iştirak edirlər. Fərdi və ya komanda şəklində oynamaqda mümkündür.

Həm müəllimlər , həm də şagirdlər üçün istifadəçi dostdur.

## **4.Padlet**

Onlayn divar lövhəsi funksiyasını yerinə yetirən rəqəmsal platformadır. Bu divar lövhəsində yazılar, rəsmlər, şəkillər, videolar paylaşıla bilər. Bu alət təhsil, iş və şəxsi istifadə üçün əməkdaşlıq və fikir mübadiləsi aparmaq imkanı yaradır.

## **5.Google Clasroom**

Google tərəfindən hazırlanmış, təhsil üçün pulsuz kurs idarəetmə sistemidir. İstifadəsi olduqca sadə resursdur. Bu sistem müəllimlərə şagirdlərinə tapşırıq vermək, material paylaşmaq, onlarla əlaqə qurmaq , qiymətləndirmə aparmaq və dərs təşkil etmək imkanı verir.

## **6.Quizzz**

Bu platforma müəllimlərin testlər və onlayn viktorinalar yarada bilməsinə və tələbələrin bu testlərə cavab verə bilməsinə imkan yaradır. Bu platformada istifadəçilər öz testlərini asanlıqla yarada

bilərlər. Bu platformanın məqsədi tələbələrə məlumatları daha effektiv şəkildə mənimsətmək və müsbət rəqabət ruhu yaratmaqdır. Quizizz , təhsildə qiymətləndirmə və təkrar üçün çox effektiv bir vasitədir.

### **Nəticə**

Və budur biz bir neçə rəqəmsal alətnən tanış olduq. Bu rəqəmsallaşma təhsil sistemimizi sözsüz ki , dəyişir, daha effektiv öyrənməyimizə kömək edir. Lakin rəqəmsallaşmanın üstün cəhətləri olduğu kimi mənfi cəhətləridə var.

Rəqəmsal öyrənmə zamanı yazı qabiliyyəti , düşünmə prosesi zəifləyir, tələbələrin yaradıcılıq potensialı azalır və eyni zamanda uzun müddət ekrana baxmaq göz yorğunluğuna səbəb olur. İnsan cəmiyyətdə ünsiyyət qurmağı öyrənir ,danışıq qabiliyyəti formalaşır. İnformasiya sistemi vasitəsilə bilik əldə etmək insanın sosiallaşma qabiliyyətini əhəmiyyətli dərəcədə azaldır ki, bu da onun şəxsiyyətinin inkişafına mənfi təsir göstərir.

Bunlar həqiqət olsa da ,təhsildə rəqəmsallaşma qaçılmaz prosesdir.

### **Ədəbiyyat:**

1. Təhsildə İKT – Rövnşən Zülfüqar Oğlu Hübətəliyev
2. “Azərbaycan 2030: sosial-iqtisadi inkişafa dair Milli Prioritetlər”. Azərbaycan Respublikası Prezidentinin 2021-ci il 2 fevral tarixli sərəncamı.
3. Technology has changed the way of Learning.
4. <https://president.az/az/articles/view/50474>)

### III BÖLMƏ: CƏBR VƏ HƏNDƏSƏ

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: MHN2301B

Əsədli Rüksarə Asif

[asadlisara52@gmail.com](mailto:asadlisara52@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. H. A. Əkpərova

#### **Методы вычисления результатов двух многочленов** **Понятие результаты:**

Результанта двух многочленов — это важный инструмент алгебры, позволяющий определить, имеют ли данные многочлены общий корень. В практическом и теоретическом плане она играет ключевую роль в таких областях, как теория уравнений, алгебраические вычисления, системы нелинейных уравнений. Исследование и выбор метода вычисления результаты зависит от формы многочленов, условий задачи и цели исследования.

#### **Матрица Сильвестра:**

Пусть заданы два многочлена

$$\begin{aligned} f(x) &= a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n; \\ g(x) &= b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_{m-1}x + b_m \end{aligned} \quad (1)$$

над полем  $P$ , причем  $a_0 \neq 0, b_0 \neq 0$ .

Многочлены  $f(x)$  и  $g(x)$  тогда и только тогда обладают общим корнем в некотором расширении поля  $P$ , если они не являются взаимно простыми. Таким образом, вопрос о существовании общих корней у данных многочленов может быть решен применением к ним алгоритма Евклида.

Сейчас мы укажем другой метод для получения ответа на этот вопрос. Пусть  $\bar{P}$  будет некоторое такое расширение поля  $P$ , в котором  $f(x)$  имеет  $n$  корней  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ , а  $g(x)$

имеет  $m$  корней  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ ; в качестве  $\bar{P}$  можно взять поле разложения для произведения  $f(x)g(x)$ .

Элемент

$$R(f(x), g(x)) = a_0^m b_0^n \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m (\alpha_i - \beta_j)$$

поля  $\bar{P}$  называется результатом многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$ .

Очевидно, что  $f(x)$  и  $g(x)$  тогда и только тогда обладают в  $\bar{P}$  общим корнем, если  $R(f(x), g(x)) = 0$ .

Результант  $R(f(x), g(x))$  многочленов (1) равен следующему определителю порядка  $n + m$ :

$$R(f(x), g(x)) = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & a_0 & a_1 & \dots & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & 0 & \dots & 0 \\ & & a_0 & \dots & a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ b_0 & b_1 & b_2 & \dots & b_{m-1} & b_m & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & b_0 & b_1 & \dots & b_{m-2} & b_{m-1} & b_m & 0 & \dots & 0 \\ & & b_0 & \dots & b_{m-3} & b_{m-2} & b_{m-1} & b_m & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_m \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Эта матрица называется матрицей Сильвестра, составленная из коэффициентов обоих многочленов.

Многочлены  $f(x)$  и  $g(x)$  имеют общий делитель положительной степени тогда и только тогда, когда система линейных уравнений имеет ненулевые решения, т.е. когда определитель  $R(f(x), g(x))$  равен нулю.

### Метод дискриминанта:

Дискриминант — это частный случай результанты, когда берётся многочлен и его производная:

$$D(f) = R(f(x), f'(x))$$

Таким образом, если дискриминант многочлена равен нулю, это означает, что у него есть кратный корень. Это важно в задачах на кратность корней и устойчивость решений.

Пример: Найдем дискриминант квадратного трёхчлена  $f(x) = ax^2 + bx + c$

Так как  $f'(x) = 2ax + b$ , то

$$R(f(x), f'(x)) = \det \begin{pmatrix} a & b & c \\ 2a & b & 0 \\ 0 & 2a & b \end{pmatrix} = a(-b^2 + 4ac)$$

$$D = -a^{-1}R(f(x), f'(x)) = b^2 - 4ac$$

### Алгоритмический метод (на основе Евклида):

В этом подходе используется алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя (НОД) многочленов. Если НОД отличен от единицы, то результата равна нулю. В некоторых модификациях можно вычислить и само значение результаты через вспомогательные вычисления.

Применяется в программировании, где нужно быстро определить наличие общих корней без построения больших матриц.

Результат также можно применить к исключению переменных из системы двух алгебраических уравнений, хотя бы одно из которых нелинейно, с двумя переменными.

### Пример:

Найдём результат двух квадратных многочленов

$$f(x) = a_0x^2 + a_1x + a_2; \quad g(x) = b_0x^2 + b_1x + b_2$$

$$R(f, g) = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 \\ b_0 & b_1 & b_2 & 0 \\ 0 & b_0 & b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

По формуле (2)

Вычисляя определитель разложением по первой и третьей строкам,

$$R(f, g) = (a_0 b_2 - a_2 b_0)^2 - (a_0 b_1 - a_1 b_0)(a_1 b_2 - a_2 b_1)$$

Так, если даны многочлены

$$f(x) = x^2 - 6x + 2; \quad g(x) = x^2 + x + 5$$

то, по формуле (2),  $R(f, g) = 233$ , и потому эти многочлены не имеют общих корней.

**Заключение.** Существует несколько методов вычисления результаты, каждый из которых имеет свои преимущества. Наиболее распространённым и универсальным считается метод матрицы Сильвестра. В то же время, метод дискриминанта, алгоритм Евклида и другие подходы дают полезную информацию в различных задачах. Изучение этих методов позволяет глубже понять структуру многочленов и их взаимосвязи.

### Литература:

1. Куликов И. И. *Алгебра и теория чисел*. — М.: Просвещение, 1970. — 416 с.
2. Курош А. Г. *Курс высшей алгебры*. — М.: Наука, 1975. — 480 с.
3. Бухштаб А. А. *Теория чисел*. — М.: Наука, 1966. — 456 с.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: MİN2201B

Əliyeva Mədinə Adil

[medinaalievaa@gmail.com](mailto:medinaalievaa@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. H. A. Əkrərova

## Некоторые вопросы линейной алгебры

Линейная алгебра является одним из фундаментальных разделов математики, изучающим свойства векторных пространств и линейных отображений между ними.

### Линейные отображения и операторы.

Пусть  $U$  и  $V$  — векторные пространства над полем  $F$ . Отображение  $f: U \rightarrow V$  называется линейным отображением или гомоморфизмом, если оно удовлетворяет условиям линейности, т.е. Для любых  $a, b \in U$  и любого  $\lambda \in F$  выполняются условия  $f(a + b) = f(a) + f(b)$ ,  $f(\lambda a) = \lambda f(a)$ . Если линейное отображение  $U$  на  $V$  инъективно, то оно называется изоморфизмом или изоморфным отображением  $U$  на  $V$ . Множество всех линейных отображений пространства  $U$  в пространство  $V$  будем обозначать  $\text{НОМ}(U, V)$ . Линейное отображение векторного пространства  $V$  в себя называется линейным оператором пространства  $V$ . Множество всех линейных операторов пространства  $V$  обозначается  $\text{НОМ}(V, V)$ .

### Ядро и образ линейного оператора.

Пусть  $\varphi$  — линейный оператор векторного пространства  $V$ . Множество  $\{x \in V \mid \varphi(x) = 0\}$  обозначается  $\text{Ker } \varphi$ . Другими словами, множество  $\text{Ker } \varphi$  есть полный прообраз нулевого вектора при отображении  $\varphi$ ,  $\text{Ker } \varphi = \varphi^{-1}(0)$ . В силу

линейности оператора  $\varphi$  это множество замкнуто относительно сложения и умножения на скаляры. Следовательно, существует подпространство пространства  $V$  с основным множеством  $\text{Ker } \varphi$ .

Подпространство векторного пространства  $V$  с основным множеством  $\text{Ker } \varphi$  называется ядром линейного оператора  $\varphi$  и обозначается  $\text{Ker } \varphi$ . Размерность ядра называется дефектом оператора  $\varphi$ , дефект  $\varphi = \dim \text{Ker } \varphi$ . Множество  $\{\varphi(x) | x \in V\}$  обозначается через  $\text{Im } \varphi$  или  $\varphi(V)$ . В силу линейности оператора  $\varphi$  это множество замкнуто относительно сложения и умножения на скаляры. Следовательно, существует подпространство пространства  $V$  с основным множеством  $\text{Im } \varphi$ . Подпространство векторного пространства  $V$  с основным множеством  $\text{Im } \varphi$  называется образом линейного оператора  $\varphi$  и обозначается  $\text{Im } \varphi$ . Размерность образа оператора  $\varphi$  называется рангом оператора  $\varphi$ ,  $\text{ранг } \varphi = \dim(\text{Im } \varphi)$ .

### Матрица линейного оператора.

Пусть  $V$  — конечномерное векторное пространство над полем  $F$ . (1)  $e_1, \dots, e_n$  — его базис и  $\varphi$  — линейный оператор пространства  $V$ .

Представим векторы  $\varphi(e_1), \dots, \varphi(e_n)$  в виде линейных комбинаций векторов базиса (1):

$$\varphi(e_1) = a_{11}e_1 + \dots + a_{n1}e_n$$

.....

$$\varphi(e_n) = a_{1n}e_1 + \dots + a_{nn}e_n$$

Матрица  $M(\varphi) = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$   $k$ -й столбец которой есть

координатный столбец вектора  $\varphi(e_k)$  относительно базиса (1),

называется матрицей линейного оператора  $\varphi$  относительно базиса (1).

### **Ранг линейного оператора.**

**ТЕОРЕМА.** Ранг линейного оператора конечномерного ненулевого векторного пространства равен рангу матрицы этого оператора.

### **Линейная алгебра.**

Пусть  $F$  — поле скаляров. Алгебра  $\langle V, +, \{ \omega_\lambda | \lambda \in F \}, \bullet \rangle$  называется линейной алгеброй, если бинарные операции  $+$ ,  $\bullet$  и унарные операции  $\omega_\lambda$ , для любых  $a, b, c \in V$  и любого  $\lambda \in F$ , удовлетворяют следующим требованиям: алгебра  $\langle V, +, \{ \omega_\lambda | \lambda \in F \}, \bullet \rangle$  есть векторное пространство над полем  $F$ ; выполняются условия билинейности, т. е.  $(a+b)c = ac + bc$ ;  $c(a+b) = ca + cb$ ;  $\omega_\lambda(ab) = (\omega_\lambda a)b = a(\omega_\lambda b)$ . Рангом линейной алгебры называется размерность векторного пространства  $\langle V, +, \{ \omega_\lambda | \lambda \in F \}, \bullet \rangle$ .

**Алгебра линейных операторов векторного пространства.** Пусть  $V$  — векторное пространство над полем  $F$  и  $\varphi, \psi$  — линейные операторы этого пространства. Произведение  $\varphi\psi$  определяется как композиция  $\varphi$  и  $\psi$  т. е. как отображение пространства  $V$  в себя, ставящее в соответствие элементу  $x$  из  $V$  элемент  $\varphi(\psi(x))$ :  $(\varphi\psi)(x) = \varphi(\psi(x))$ .

### **ПРЕДЛОЖЕНИЕ.**

Произведение любых двух линейных операторов векторного пространства  $V$  есть линейный оператор этого пространства. Доказательство.

Пусть  $\varphi$  и  $\psi$  — линейные операторы пространства  $V$ . Произведение  $\varphi\psi$  удовлетворяет условиям линейности.

Действительно, если  $x, y \in V$  и  $\lambda \in F$ , то  $(\varphi\psi)(x+y) = \varphi(\psi(x+y)) = \varphi(\psi(x) + \psi(y)) = \varphi(\psi(x)) + \varphi(\psi(y)) = (\varphi\psi)(x) + (\varphi\psi)(y)$ ;  $(\varphi\psi)(\lambda x) = \varphi(\psi(\lambda x)) = \varphi(\lambda\psi(x)) =$

$\lambda(\varphi(\psi(x))) = \lambda((\varphi\psi)(x))$ . Таким образом, произведение  $\varphi\psi$  есть линейный оператор пространства  $V$ .

Пусть  $V$  — векторное пространство над полем  $F$ .  $\text{НОМ}(V, V)$  есть векторное пространство над полем  $F$ :

$\text{НОМ}(V, V) = \langle \text{НОМ}(V, V), +, \{\omega'_\lambda | \lambda \in F\} \rangle$  где  $\omega'_\lambda$  — унарная операция умножения линейных операторов пространства  $V$  на скаляр  $\lambda$ . Рассмотрим алгебру  $\langle \text{НОМ}(V, V), +, \{\omega'_\lambda | \lambda \in F, \bullet \rangle$  где  $\omega'_\lambda$  бинарная операция « $\bullet$ » есть операция умножения линейных операторов пространства  $V$ ; эта алгебра называется алгеброй линейных операторов пространства  $V$  и обозначается  $\text{End } V$ .

**Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры.**

Пусть  $U$  и  $U'$  — линейные алгебры над полем  $F$ . Отображение  $\Phi$  алгебры  $U$  на алгебру  $U'$  называется изоморфизмом, если оно инъективно и сохраняет главные операции алгебры  $U$ . т. е. для любых  $a, b \in U$  и любого  $\lambda \in F$ :

**$\Phi(a+b) = \Phi(a) + \Phi(b)$ ,  $\Phi(\lambda a) = \lambda \Phi(a)$ ,  $\Phi(ab) = \Phi(a)\Phi(b)$ .** Алгебры  $U$  и  $U'$  называют изоморфными, если существует изоморфизм алгебры  $U$  на алгебру  $U'$ .

### Литература:

Л.Я.Куликов “Алгебра и теория чисел”

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2404B

Mustafayeva Nazpəri Anar

[mustafayevanazperi6@gmail.com](mailto:mustafayevanazperi6@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. S. S. Haxıyev

### Kompleks ədədlər meydanının cəbri qapalılığı haqqında teorem

Tutaq ki, bizə əmsalları hər hansı  $F$  meydanından olan  $n$  dərəcəli ( $a_0 \neq 0$ )

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n \quad (1)$$

çoxhədliyi verilmişdir. Hər bir  $f(x) \in F[x]$  çoxhədlisini  $f(x) = c \cdot (c^{-1} \cdot f(x))$  şəklində göstərmək olar. Başqa sözlə hər bir  $f(x)$  çoxhədlisini dərəcələri uyğun olaraq sıfır və  $f$ -in dərəcəsinə bərabər olan iki çoxhədlinin hasili kimi göstərmək olur. Belə  $c$  və  $c^{-1} \cdot f(x)$  vuruqlarına çoxhədlinin trivial vuruqları deyilir.

*Tərif 1:* Əgər  $f \in F[x]$  çoxhədlisinin trivial olmayan vuruqları varsa, yəni  $\varphi$  və  $\Psi$  çoxhədliləri varsa ki,  $\deg \varphi > 0$ ,  $\deg \Psi > 0$  olmaqla  $f(x) = \varphi(x) \cdot \Psi(x)$  şəklində göstərilə bilsin, onda  $f$  çoxhədlisinə  $F$  meydanı üzərində gətirilən çoxhədli deyilir.

*Tərif 2:* Əgər  $f \in F[x]$  çoxhədlisinin trivial olmayan vuruqları yoxdursa, onda bu çoxhədliyə  $F$  meydanı üzərində gətirilməyən çoxhədli deyilir.

Məsələn,  $f(x) = x^2 - 2$  çoxhədliyi rasional ədədlər meydanı üzərində gətirilməyən, həqiqi ədədlər meydanı üzərində gətiriləndir. Həqiqətən,

$$f(x) = x^2 - 2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}); \pm\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}, \pm\sqrt{2} \in \mathbb{R}.$$

**Teorem:** Dərəcəsi vahiddən kiçik olmayan, ədədi əmsallı hər bir çoxhədlinin ədədlər meydanında heç olmasa bir kökü var.

**Nəticə 1:** Dərəcəsi 1-dən böyük olan hər bir ədədi əmsallı çoxhədli kompleks ədədlər meydanı üzərində gətiriləndir.

**Nəticə 2:** Müsbət dərəcəli hər bir  $f \in C[x]$  çoxhədlisini müəyyən bir kompleks ədəd ilə normallaşmış xətti vuruqların hasili şəklində yeganə qaydada göstərmək olar.

$$f(x) = c(x-\alpha_1) \dots (x-\alpha_n)$$

**Nəticə 3:** Müsbət dərəcəli hər bir ədədi əmsallı çoxhədlinin kompleks ədədlər meydanında  $n$  sayda kökü var.

**Nəticə 4:** Dərəcələri  $n$ -i aşmayan  $f, g \in C[x]$  çoxhədliləri  $x$  dəyişəninin  $n$ -dən çox sayda müxtəlif qiymətlərində bərabər qiymətlər alırsa, onda  $f(x) = g(x)$ .

### **Ədəbiyyat:**

1. А.Т.Кузин " боевой подготовки " Москва , 1981
2. Y.R.Baxşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli " Cəbr kursu " Bakı 2011

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2404B

Əhmədova Səidə Ceyhun

[sd.ahmadova21@gmail.com](mailto:sd.ahmadova21@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. S. S. Haxıyev

### Qrupların homomorfizmi və izomorfizmi

Tutaq ki, bizə  $G = \langle G, * \rangle$  və  $G' = \langle G', \circ \rangle$  qrupları verilmişdir. Bu qruplarda əsas əməllər eyni və ya müxtəlif ola bilər. Tərif:  $G = \langle G, * \rangle$  qrupunun  $G' = \langle G', \circ \rangle$  qrupuna izomorfizmi  $G$  çoxluğunun  $G'$  çoxluğuna elə biyektiv  $\varphi$  inikasına deyilir ki, bu inikas  $G$  qrupundakı əməlin nəticəsinin dəyişməsin, yəni  $\forall a, b \in G$  üçün

$$\varphi(a * b) = \varphi(a) \circ \varphi(b)$$

bərabərliyi doğru olsun.

$G$  qrupunun  $G'$  qrupuna izomorfizmi  $G \cong G'$  belə yazılır. Bu tərifdən aşağıdakı xassələr alınır.

Xassə 1:  $\varphi: G \cong G'$  və  $e \in G$ ,  $e' \in G'$  uyğun neytral elementlərdirsə, onda  $\varphi(e) = e'$ , yəni  $\varphi$  nəticəsində  $G$ -nin neytral elementi  $G'$ -nin neytral elementinə köçür.

Xassə 2:  $\varphi: G \cong G'$  isə və  $a \in G$  ixtiyari elementdirsə,

$$\varphi(a^{-1}) = (\varphi(a))^{-1}$$

Tərif 1:  $G$  qrupunun özü-özünə izomorfizminə  $G$  qrupunun avtomorfizmi deyilir.

Tərif 2:  $G = \langle G, * \rangle$  qrupunun  $G' = \langle G', \circ \rangle$  qrupuna homomorfizmi  $G$  çoxluğunun  $G'$  çoxluğuna elə  $\varphi$  inikasına deyilir ki,  $\forall a, b \in G$  üçün

$$\varphi(a * b) = \varphi(a) \circ \varphi(b)$$

olsun, yəni  $\varphi$  inikası  $G$ -dəki əməlin nəticəsini dəyişməsin. Homomorfizm  $\varphi: G \rightarrow G'$  kimi işarə olunur.

Tərif 3:  $G$  qrupunun  $G$  qrupuna  $\varphi$  homomorfizmində  $\varphi$  inikası üzərində inikasdırsa, onda belə homomorfizmə üzərində homomorfizm, yaxud epimorfizm deyilir.

Tərif 4:  $G$  qrupunun  $G'$  qrupuna  $\varphi$  homomorfizmində  $\varphi$  inikası inyektiv inikasdırsa, onda  $\varphi$ -yə  $G$ -nin  $G'$ -ə monomorfizmi və ya  $G$ -nin  $G$ -yə daxil edilməsi deyilir.

Bu deyilənlərdən çıxır ki,  $\varphi$  homomorfizmi eyni zamanda  $G$ -nin  $G'$ -ə epimorfizmi və monomorfizmidirsə, onda  $\varphi$   $G$  qrupunun  $G'$ -ə izomorfizmidir.

Misal:  $\varphi = \lg x$  inikası  $R^+ = \langle R^+, \cdot \rangle$  qrupunun  $R = \langle R, + \rangle$  qrupuna izomorfizmidir.

Doğrudan da

$$\forall a, b \in R^+$$

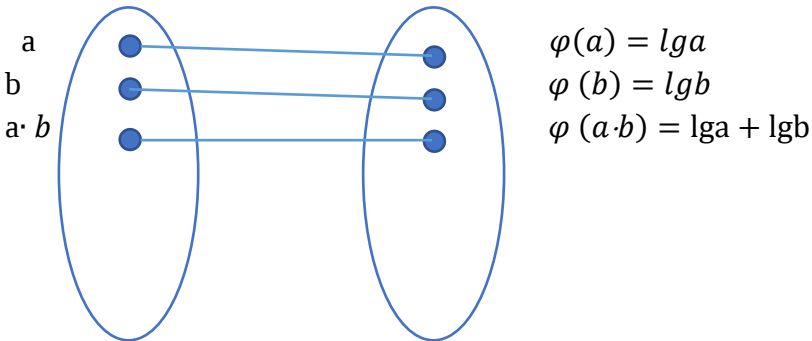
$$\varphi(a) = \lg a$$

$$\varphi(b) = \lg b$$

$$\varphi(a \cdot b) = \lg a + \lg b = \varphi(a) + \varphi(b)$$

Deməli

$$R^+ = \langle R^+, \cdot \rangle \cong R = \langle R, + \rangle$$



### Ədəbiyyat:

1. Л.Я.Куликов “Алгебра и теория чисел” Москва 1971.
2. Y.R.Бахşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli “Cəbr kursu” Bakı 2011

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN 2404B

Mehrəlizadə Nicat Dəyanət

[nicat.mehrelizade.2006@gmail.com](mailto:nicat.mehrelizade.2006@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. S. S. Haxıyev

### Eyler teoreminin köməyi ilə müqayisələrin həlli

**Tərif:**  $a$  və  $b$  tam ədədlərini  $m > 1$  ədədinə böldükdə alınan qalıqlar bərabər olarsa, bu ədədlərə  $m$  moduluna nəzərən müqayisə olunan ədədlər deyilir və belə işarə olunur.

$$a \equiv b \pmod{m}. \quad (1)$$

Bu tərif aşağıdakı təkliflərlə eynigüclüdür.

**Təklif 1:**  $a = b + mt$  bərabərliyi doğrudur.

**Təklif 2:**  $(a-b)$  fərqi  $m$ -ə qalıqsız bölünür.

Bir məchullu bir dərəcəli müqayisələr ümumi şəkildə

$$ax \equiv b \pmod{m}. \quad (2)$$

kimi yazılır.

**Teorem:** (2) müqayisəsində  $(a, m) = d > 1$  olarsa, onda

a)  $b \not\equiv d$  olduqda müqayisənin həlli yoxdur.

b)  $b \equiv d$  olduqda müqayisənin həlli var və  $d$  saydadır.

c)  $(a, m) = 1$  olduqda müqayisənin yeganə həlli var.

**Tərif:** Müsbət tam ədədlər çoxluğunda  $m$ -i aşmayan və  $m$  ilə qarşılıqlı sadə olan ədədlərin sayını göstərən funksiya Eyler funksiyası deyilir.  $m$  ədədinin Eyler funksiyası  $\varphi(m)$  ilə işarə olunur.

$m = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$   $m$  ədədinin kanonik ayrılışı olarsa, onda

$$\varphi(m) = m \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{p_k}\right)$$

Burada  $P_1, P_2, \dots, P_k$  sadə vuruqlar  $\square_1, \square_2, \dots, \square_k$  isə onların uyğun olaraq təkrarlanma dərəcələridir.

**Teorem:** (Eyler)  $m > 1$  və  $(a, m) = 1$  olarsa,  $a^{\square(m)} \equiv 1 \pmod{m}$ .

(2) müqayisəsinin Eyler üsulu ilə həlli aşağıdakı kimidir:  $(a, m) = 1$  olduqda, Eyler teoreminə əsasən alarıq ki,

$$a^{\square(m)} \equiv 1 \pmod{m}$$

hər tərəfi b-yə vursaq, alarıq:

$$a \cdot a^{\square(m)-1} \cdot b \equiv b \pmod{m} \quad (3)$$

(2) ilə (3)-ü müqayisə etsək alarıq ki,

$$x \equiv a^{\square(m)-1} \cdot b \pmod{m}$$

(2) müqayisəsinin həllidir.

**Misal:**

$$5x \equiv 10 \pmod{8}$$

$$a=5, m=8$$

$(a, m) = (5, 8) = 1$  Deməli müqayisənin yeganə həlli var.

$$8 = 2^3$$

$$\square(m) = \square(8) = 8 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

$$x \equiv a^{\square(m)-1} \cdot b \pmod{m}$$

$$x \equiv 5^{4-1} \cdot 10 \equiv 5^3 \cdot 10 \equiv 25 \cdot 5 \cdot 10 \equiv 1 \cdot 5 \cdot 2 \equiv 10 \equiv 2 \pmod{8}$$

Cavab:  $x \equiv 2 \pmod{8}$

**Ədəbiyyat:**

1. Y.R.Вахşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli “Сəбр курсу” Bakı 2011.
2. Л.Я.Куликов “Алгебра и Теория чисел”. Москва 1971

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2102B.

Qafarova Rəşidə Rəşid

[gafarovareside3@gmail.com](mailto:gafarovareside3@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. S. S. Haxiyev.

### Tam əmsallı çoxhədlinin rəasional kökləri

Tutaq ki, bizə  $n$  dərəcəli tam əmsallı

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n, \quad (a_0 \neq 0) \quad (1)$$

çoxhədlisi verilib.

**Teorem:** Əgər qarşılıqlı sadə olan  $k$  və  $l$  tam ədədləri üçün  $\frac{k}{l}$  kəsri tam əmsallı  $f(x)$  çoxhədlisinin köküdürsə, onda  $k$  ədədi sərbəst  $a_n$  həddinin,  $l$  isə baş həddin  $a_0$  əmsalının bölənidir.

**Nəticə 1:** Əgər  $m$  tam ədədi tam əmsallı (1)  $f(x)$  çoxhədlisinin köküdürsə, onda  $m$   $a_n$ -in bölənidir.

**Nəticə 2:** Tam əmsallı normal  $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$  çoxhədlisinin rəasional kökləri tam ədədlərdir.

Əgər  $f(1) \neq 0$ ,  $f(-1) \neq 0$  olarsa, çoxhədlinin istənilən  $\alpha$  kökü üçün  $f(x) = (x - \alpha)q(x)$  bərabərliyindən alınan  $q(x)$  qiymətinin əmsalları tam ədədlər olduğuna görə  $q(1)$  və  $q(-1)$  ədədləri də tam ədədlər olmalıdır. Ona görə də sərbəst həddin bölənləri arasında elələrini seçmək lazımdır ki,

$$\frac{f(1)}{\alpha-1} = -q(1); \quad \frac{f(-1)}{\alpha+1} = -q(-1)$$

kəsrləri tam ədədlər olsun. Əgər  $f(1)$  və  $f(-1)$  ədədlərindən biri, məsələn  $f(1) = 0$  olarsa, onda

$$\frac{f(1)}{\alpha+1} = -q(-1); \frac{f(2)}{\alpha-1} = -q(2)$$

qiymətlərini hesablamaq olar.

$$\text{Misal: } f(x) = x^4 + x^3 - 13x^2 - x + 12$$

$$a_4 = 12\text{-nin bölənləri } \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12$$

$f(1) = f(-1) = 0$  olduğuna görə  $x = \pm 1$ ,  $f(x)$  çoxhədlisinin köküdür.  $f(2) = 8$ ,  $f(-2) = -4$

$$\frac{f(2)}{\alpha-2} = -\frac{18}{\alpha-2}, \frac{f(-2)}{\alpha+2} = -\frac{30}{\alpha+2}$$

$\alpha = 3$  və  $\alpha = -4$  qiymətlərində bu kəsrlər hər ikisi tam qiymət alır. Yoxlasaq görərik ki, 1, 3, -4 ədədləri  $f(x)$  çoxhədlisinin kökləridir.

### **Ədəbiyyat:**

1. Y.R.Вахсəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli “Сəbr kursu” Bakı 2011
2. Л. Г. Куликов "Алгебра и теория чисел" Москва 1971.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2303B

Hüseynova Ulduz Nəzər

[uhuseynova665@gmail.com](mailto:uhuseynova665@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. S. S. Haxiyev.

### Xətti operatorun məxsusi vektoru və məxsusi qiymətləri

Tutaq ki,  $L$  meydanı üzərində  $E$  vektorlar fəzasında təsir edən  $\varphi: E \rightarrow E$  xətti operatoru verilmişdir.

İxtiyari  $\lambda \in L$  skalyarı və  $x \in E$  vektor dəyişəni üçün

$$\varphi(x) = \lambda x \quad (1)$$

tənliyinin 0-dan fərqli həlli ola da bilər, olmaya da bilər.

Tərif 1: Əgər müəyyən bir  $\lambda$  skalyarı və  $a \neq \theta$  vektoru üçün

$$\varphi(a) = \lambda a \quad (2)$$

bərabərliyi ödənərsə,  $\lambda$ -a  $\varphi$  operatorunun məxsusi qiyməti,  $a$  vektoruna isə bu məxsusi qiymətə uyğun məxsusi vektoru deyilir. Hər bir məxsusi vektor yalnız bir məxsusi qiymətə uyğun olar.

**Teorem 1:** Xətti operatorun hər hansı  $\lambda$  məxsusi qiymətinə uyğun olan məxsusi vektorlar çoxluğu  $\{\theta\}$  ilə birlikdə operatorun verildiyi vektorlar fəzasının alt fəzası olur.

**Teorem 2:** Tutaq ki,  $n$  ölçülü  $E$  vektorlar fəzasında təsir edən xətti operatorun müəyyən bir bazis üzrə matrisi  $M(\varphi)=A$  -dır.  $x \in E$  vektoru onda və yalnız onda  $\lambda$  məxsusi qiymətinə uyğun qiymətinə uyğun məxsusi vektor olur ki,  $x$ -in

$$x=M(x)=\begin{pmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}$$

koordinat sütunu

$$\begin{aligned}(a_{11} - \lambda)x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= 0 \\ a_{21}x_1 + (a_{22} - \lambda)x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= 0 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + (a_{nn} - \lambda)x_n &= 0\end{aligned}$$

sisteminin 0-dan fərqli həlli olsun.

Elementləri  $L$  meydanından olan

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$n$  tərtibli kvadrat matrisi verilsə

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix}$$

determinantı  $\lambda$  dəyişənindən asılı  $n$  dərəcəli çoxhədlidir.  $B_n$  çoxhədliliyə  $A$  matrisinin xarakteristik çoxhədlisi, onun kökünə isə  $A$  matrisinin xarakteristik qiymətləri deyilir.

**Teorem 3:** Tutaq ki,  $L$  meydanı üzərində  $n$  ölçülü  $E$  fəzasında təsir edən  $\varphi$  xətti operatorunun hər hansı bazis üzrə matrisi  $A$ -dır.  $\lambda \in L$  skalyarının  $\varphi$  operatorunun məxsusi qiyməti olması üçün zəruri və kafi şərt, onun  $A$  matrisinin xarakteristik qiyməti olmasıdır.

**Teorem 4:** (Hamilton-Keli). Hər bir kvadrat matris öz xarakteristik çoxhədlisinin köküdür.

**Misal:**

Matrisi ilə verilmiş xətti operatorun məxsusi qiymət və məxsusi vektorlarını tapın.

Həlli:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)(3-\lambda)(2+\lambda) +$$

$$+3+0-2(3+\lambda)-0-5(2+\lambda) = (4-\lambda^2)(3+\lambda) + 3-6-2\lambda-10-5\lambda =$$

$$= 12+4\lambda-3\lambda^2-\lambda^3-13-7\lambda = -\lambda^3-3\lambda^2-3\lambda-1=0$$

$$\lambda^3+3\lambda^2+3\lambda+1=0$$

$$(\lambda+1)^3=0$$

$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=-1$  xətti operatorun məxsusi qiymətidir. İndi bu məxsusi qiymətə uyğun məxsusi vektoru tapaq.

$$(A-\lambda E)x=0$$

$$\begin{cases} (2+1)x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 5x_1 + (-3+1)x_2 + 3x_3 = 0 \\ -x_1 + 0 \cdot x_2 + (-2+1)x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -x_3 \\ x_2 = -x_3 \end{cases}$$

$$X=(x_1, x_2, x_3) = (-x_3, -x_3, x_3) = C(1, 1, -1), \quad c \in R, c \neq 0$$

**Cavab:**  $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=-1$  məxsusi qiymət,

$X= C(1, 1, -1), c \in R, c \neq 0$  məxsusi vektordur.

### Ədəbiyyat:

1. Л.Я.Куликов, "Алгебра и теория чисел", Москва 1971
2. А.Г.Курош, "Курс высшей алгебры", Москва 1981
3. Y.R.Baxşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli "Сəbr kursu", Bakı 2011.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi

Qrup: Rin2303B

Yusibzadə Gülnar Adil

[gulnaryusibzad@gmail.com](mailto:gulnaryusibzad@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. S. S. Haxıyev

### Müxtəlif meydanlarda gətirilən və gətirilməyən çoxhədlilər

Hər hansı  $F$  meydanı üzərində verilmiş hər bir  $f(x) \in F[x]$  çoxhədlisini  $f(x) = C \cdot (C^{-1}f(x))$  şəklində göstərmək olur. Başqa sözlə hər bir  $f$  çoxhədlisinin dərəcələri uyğun olaraq sıfır və  $f$ -in dərəcəsinə bərabər olan iki çoxhədlinin hasilini kimi göstərmək olar. Belə  $C$  və  $C^{-1} \cdot f$  vuruqlarına  $f$  çoxhədlisinin trivial vuruqları deyilir.

**Tərif 1.** Əgər  $f(x) \in F[x]$  çoxhədlisinin trivial olmayan vuruqları varsa, yəni  $\varphi, \psi$  çoxhədliləri varsa ki,  $\deg \varphi > 0, \deg \psi > 0$  olmaqla  $f(x) = \varphi(x) \cdot \psi(x)$  şəklində göstərilə bilsin. Onda belə çoxhədlilər  $F$  meydanı üzərində gətirilən çoxhədli deyilir.

**Tərif 2.** Əyər  $f(x) \in F[x]$  çoxhədlisinin trivial olmayan vuruqları yoxdursa, onda bu çoxhədlilər  $F$  meydanı üzərinə gətirilməyən çoxhədli deyilir.

Məsələn,  $f(x) = x^2 - 1$  çoxhədlisi rəşional ədədlər meydanı üzərində gətiriləndir.

$$f(x) = (x - 1)(x + 1)$$

$g(x) = x^2 - 5$  çoxhədlisi rəşional meydan üzərində gətirilən deyil, lakin həqiqi ədədlər meydanı üzərində gətiriləndir.

$$g(x) = x^2 - 5 = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$$

$$\sqrt{5} \notin Q, \sqrt{5} \in R$$

**Teorem1.** Əgər  $F$  meydanı üzərində  $p$  gətirilməyən və  $f$  ixtiyari çoxhədlidirsə, onda ya  $p$  çoxhədlisi  $f$  çoxhədlisini bölür, ya da  $p$  və  $f$  qarşılıqlı sadədir.

**Teorem2.** Əgər  $F$  meydanı üzərində  $p$  gətirilməyən çoxhədlisi  $f$  və  $g$  çoxhədlilərinin hasilini bölürsə, onda  $p$  çoxhədlilərdən heç olmuya birini bölür.

**Teorem3.**  $F$  meydanı üzərində müsbət dərəcəli ixtiyari çoxhədlini bu meydan üzərində gətirilməyən vuruqların hasilinə ayırmaq olar və bu ayrılış sabit vuruq dəqiqliyi ilə yeganə olar.

### Ədəbiyyat:

1. Л.Я.Куликов, "Алгебра и теория чисел", Москва, 1971
2. Y.R. Bəxşəliyev, L.Ş. Əbdülkərimli "Сəbr kursu" Bakı 2011

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2403

Abışzadə Rəsul Zamiq

[resul.abiszade@gmail.com](mailto:resul.abiszade@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. S. S. Haxiyev

### Determinantın xassələrinin tətbiqi ilə məsələ həlli

Məsələ: Determinantı hesablamadan bərabərliyin doğru olduğunu isbat edin.

$$\begin{vmatrix} 0 & x & y & z \\ x & 0 & z & y \\ y & z & 0 & x \\ z & y & x & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & z^2 & y^2 \\ 1 & z^2 & 0 & x^2 \\ 1 & y^2 & x^2 & 0 \end{vmatrix}$$

Determinantın xassəsinə görə, bərabərliyin sol tərəfindəki determinantın 2-ci sütununu yz-ə, 3-cü sütununu xz-ə və 4-cü sütununu xy-ə vuraq.

$$\begin{vmatrix} 0 & x & y & z \\ x & 0 & z & y \\ y & z & 0 & x \\ z & y & x & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{x^2 y^2 z^2} \begin{vmatrix} 0 & xyz & xyz & xyz \\ x & 0 & xz^2 & xy^2 \\ y & yz^2 & 0 & x^2 y \\ z & y^2 z & x^2 z & 0 \end{vmatrix}$$

Sonuncu determinantda 1-ci sətirdən xyz-i, 2-ci sətirdən x-i, 3-cü sətirdən y-i və 4-cü sətirdən z-i determinant işarəsinin qarşısına çıxarsaq alırıq ki,

$$\begin{vmatrix} 0 & x & y & z \\ x & 0 & z & y \\ y & z & 0 & x \\ z & y & x & 0 \end{vmatrix} = \frac{x^2 y^2 z^2}{x^2 y^2 z^2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & z^2 & y^2 \\ 1 & z^2 & 0 & x^2 \\ 1 & y^2 & x^2 & 0 \end{vmatrix}$$

Deməli,sonda tələb olunan bərabərliyin doğruluğu alınır.

$$\begin{vmatrix} 0 & x & y & z \\ x & 0 & z & y \\ y & z & 0 & x \\ z & y & x & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & z^2 & y^2 \\ 1 & z^2 & 0 & x^2 \\ 1 & y^2 & x^2 & 0 \end{vmatrix}$$

### **Ədəbiyyat:**

1. Y.R.Baxşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli "Cəbr kursu" Bakı 2011
2. M.Əkbərov "Cəbrdən mühazirələr" Bakı 2001
3. A.Т.Курош "Курс высшей алгебры" Москва 1881
4. Л.Я.Куликов "Алгебра и теория чисел" Москва 1971

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: RİN2402B**

**Məmmədova Nəzrin Nizami**

**[nezrinmemmedov470@gmail.com](mailto:nezrinmemmedov470@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. V. M. Cabbarzadə**

### **İntervallar Metodu ilə modul işarəsi daxil olan bərabərsizliklərin həlli.**

Bərabərlikləri həll etmək üçün **interval metodundam** istifadə etmək istifadə etmək əksər hallarda daha effektiv olur [1].  
 $h(x)<0$ ,  $h(x)\leq 0$ ,  $h(x)\geq 0$ ,  $h(x)>0$  b'rab'rsizlikl'i-rini İntervallar metodunu tətbiq etmək üçün funksiyanı  $y=h(x)$  funksiyası təyin oblastında kəsilməz olmalıdır və  $h(x)=0$  tənliyinin sonlu sayda kökü olmalıdır və ya kökü olmamalıdır..Həll alqoritmi

1.  $y=h(x)$  funksiyasının **təyin oblastını** tapırıq. Əgər təyin oblastı  $(-\infty; +\infty)$  deyilsə, onu ədəd oxu üzərində qeyd edirik.

2.  $h(x)=0$  **bərabərliyini həll edirik** və varsa alınan kökləri ədədi oxda qeyd edirik.

3. Alınan köklər əsasında oxu təyin oblastını **intervallara bölürük**. Hər intervaldan bir  $x$  qiyməti seçərək  $h(x)$ -in qiymətini hesablayırıq:

○ Əgər **müsbət** olarsa müsbət, **mənfi olarsa mənfi işarəsi yazırıq**.

○ **a)** Əgər  $h(x)<0$  həll edildisə, yalnız **mənfi qiymət** alan intervalar götürülür, və **köklər daxil edilmir**.

○ **b)** Əgər  $h(x)\leq 0$  həll edildisə, mənfi qiymət alan intervalar götürülür və **köklər daxil edilir**.

○ **c)** Əgər  $h(x)>0$  həll edildisə, **müsbət qiymət** alan intervalar götürülür və **köklər daxil edilmir**.

○ **d)**  $h(x)\geq 0$  həll edilərsə, **müsbət** intervalları götürürük və **kökləri daxil edirik**.

**Qeyd:** Əgər  $h(x)=0$  tənliyini kökü yoxdursa, təyin oblastının daxilindən bir nöqtə götürərək  $h(x)$ -in qiymətini hesablayırıq.

- Əgər alınan qiymət bərabərsizliyi ödəyirsə, cavab təyin oblastı olur.

- Əgər ödəmirsə, cavab boş çoxluq olur..

### Misal 2

$$|(x-5)(x-4)| < x-4$$

**Addım 1:**

Məchul sağ tərəfdə olduğu üçün çalışırıq sağ tərəfi 0-a endirək:

$$|(x - 5)(x - 4)| - (x - 4) < 0$$

$$h(x) = |(x - 5)(x - 4)| - (x - 4)$$

**Təyin oblastı:**  $(-\infty; +\infty)$ .  $h(x) = 0$  tənliyini həll edirik ,kökləri  $x=4$  və  $x=6$ . İntevallara bölüb hər intervaldan qiymət verib işarəsini möəyyənləşdiririk:  $(-\infty; 4)$  müsbət,  $(4, 6)$  mənfi,  $(6, +\infty)$  da mənfi olur. Onda::

- $|(x - 5)(x - 4)| < x - 4$

**Cavab:**  $(4, 6)$

- $|(x - 5)(x - 4)| \leq x - 4$

**Cavab:**  $[4, 6]$

- $|(x - 5)(x - 4)| > x - 4$

**Cavab:**  $(-\infty, 4) \cup (6, +\infty)$

- $|(x - 5)(x - 4)| \geq x - 4$

**Cavab:**  $(-\infty, 4] \cup [6, +\infty)$

Adətən modul işarəsi daxil olan bərabər sizliklərin həlli iki bərbərsizliklərini həllinə gətirili. Bu isə məsələni həllini çətinləşdirir Bu Birbaşa, intevallar metodunu təbiqi ona imkan verir ki, həll daha əyani və tez tapılsın.

**Ədəbiyyat:**

1. Прасолов В. В. П70. Задачи по алгебре, арифметике и анализу: Учебное пособие. — М.: МЦНМО, 2007. — 608 с

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RIN2403B.

Nəcəfzadə Fatimə Fuad

[ncffatime07@gmail.com](mailto:ncffatime07@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. V. M. Cabbarzadə

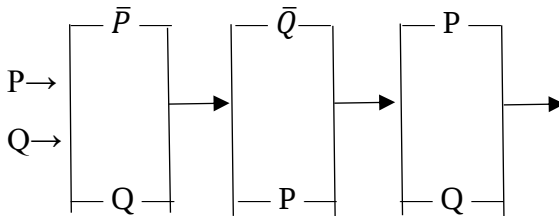
### Formulların minimallaşdırılması və onların kompüterlərin çevirici sxemlərin qurulmasına tətbiqləri

Rəqəmsal kompüter texnologiyasında bu formullarının minimallaşdırma məsələsi əsas problemlərdən biridir. Bu formullarını minimallaşdıraraq onun çevirici sxemini minimal şəkildə kompüterə yerləşdirmək olur.

**Məsələ 1.**  $((P \leftrightarrow Q) \wedge (P \vee Q)) \equiv$

$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)) \wedge (P \vee Q) \equiv$

$((\bar{P} \vee Q) \wedge (\bar{Q} \vee P)) \wedge (P \vee Q)$



Çevirici sxemlər qurarkən formulanı minimallaşdırdıqda çevirici sxem daha sadə şəkildə olur və kompüterdə reallaşdırmaq üçün əlverişli olur.

Verilən formulanı minimallaşdıraraq: Formulada olan konyuksiyaları vurma, dizyunksiyaları toplama ilə əvəz edək.

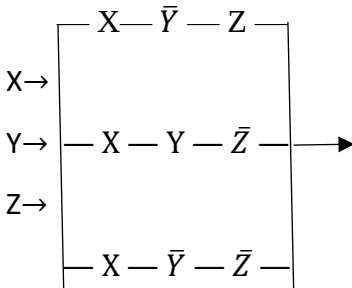
$((\bar{P} + Q) \cdot (\bar{Q} + P)) \cdot (P + Q)$

Alınmış formula üzərində minimallaşdırma:.

$$\begin{aligned}
 & ((\bar{P} + Q) \cdot (\bar{Q} + P)) \cdot (P + Q) \equiv \\
 & (\bar{P} \cdot \bar{Q} + \bar{P} \cdot P + Q \cdot \bar{Q} + Q \cdot P) \cdot (P + Q) \equiv \\
 & (\bar{P} \cdot \bar{Q} + 0 + 0 + Q \cdot P) \cdot (P + Q) \equiv \\
 & (\bar{P} \cdot \bar{Q} + Q \cdot P) \cdot (P + Q) \equiv \\
 & (\bar{P} \cdot \bar{Q} \cdot P + \bar{P} \cdot \bar{Q} \cdot Q + Q \cdot P \cdot P + Q \cdot P \cdot Q) \equiv \\
 & (0 \cdot \bar{Q} + \bar{P} \cdot 0 + Q \cdot P + Q \cdot P) \equiv \\
 & (0 + 0 + Q \cdot P + Q \cdot P) \equiv (0 + 0 + Q \cdot P) \equiv Q \cdot P \equiv Q \wedge P \\
 & \quad \circ \text{---} Q \text{---} P \text{---} \circ
 \end{aligned}$$

**Məsələ 2.** Bul funksiyası cədvəl şəklində verilmişsə, onunla ekvivalent olan bul formulasını qurub onu minimallaşdırmaq məsələsidir. Şəkil 1dəki, bul funksiyasına ekvivalent formula:

$f(X, Y, Z) = (X \wedge \bar{Y} \wedge Z) \vee (X \wedge Y \wedge \bar{Z}) \vee (X \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z})$  olar. Çevirici sxem



|   |   |   |   |   |                             |
|---|---|---|---|---|-----------------------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | $X \wedge Y \wedge Z$       |
| 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | $\bar{X} \wedge Y \wedge Z$ |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | $X \wedge \bar{Y} \wedge Z$ |

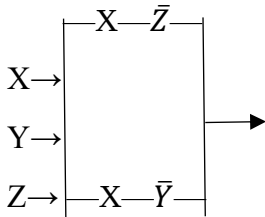
|   |   |   |   |   |                                         |
|---|---|---|---|---|-----------------------------------------|
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | $\bar{X} \wedge \bar{Y} \wedge Z$       |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | $X \wedge Y \wedge \bar{Z}$             |
| 6 | 0 | 1 | 0 | 0 | $\bar{X} \wedge Y \wedge \bar{Z}$       |
| 7 | 1 | 0 | 0 | 1 | $X \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z}$       |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\bar{X} \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z}$ |

Şəkil1

Verilən formulanı minimallaşdıraq:.

$$f(X,Y,Z) = (X \wedge \bar{Y} \wedge Z) \vee (X \wedge Y \wedge \bar{Z}) \vee (X \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z}) \equiv (X \wedge \bar{Z}) \vee (X \wedge \bar{Y})$$

alınar.



### Ədəbiyyat:

1. V.M.Cabbarzadə “ Diskret riyaziyyat və riyazi məntiq” . “Füyuzat” nəşriyyatında BAKI-2024

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2303B

Nəcəfli Fatimə Fəqət

[nadjaflifatima@gmail.com](mailto:nadjaflifatima@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos.V. M. Cabbarzadə

### Universal cəbrin yarımqəfəslərə tətbiqləri

**Tərif 1.** ixtiyari  $a, b, c \in S$  elementləri üçün

$$(i) a + a = a \text{ (idempotentlik),}$$

$$(ii) a + b = b + a \text{ (kommutativlik),}$$

$$(iii) (a + b) + c = a + (b + c) \text{ (assosiativlik).}$$

Bunlar hamısı ixtiyari  $S$  inf-yarımqəfəsi üçün də mövcuddur:  $S = (S, \leq)$  üçün  $\langle S, * \rangle$  cəbri strukturdur ( $*$  əməliyyatı üçün).

İndi isə yuxarıda dediklərimizdən bir qədər «uzaqlaşaq» və fərz edək ki,  $X = \langle X, * \rangle$  elə cəbrdir ki,  $*$ -binardır və  $X$  (i)-(iii) xassələrinə malikdir (təbii,  $*$  üçün). Belə cəbr (cəbr anlamında) *yarımqəfəs* adlanır.

Əgər ixtiyari  $X = \langle X, * \rangle$  yarımqəfəsi verilibsə, onda  $X$  çoxluğunda iki ədəd biri-birinə ikili (dual) qismən nizam,  $\leq$  və  $\geq$ , təyin etmək olar:

$$x \leq y \Leftrightarrow x * y = x;$$

$$x \geq y \Leftrightarrow x * y = y.$$

Yuxarıda dediklərimiz bizə imkan verir ki, istədiyimiz zaman ixtiyari yarımqəfəsə cəbr kimi və ya qismən nizamlı çoxluq kimi baxaq. Cəbr anlamında təyin olunmuş yarımqəfəslərin hamısı, göründüyü kimi, *çoxobrazlı* və ya *ekvasional sinif* təşkil edirlər (çoxobrazlı və ya ekvasional sinif *yalnız eyniliklərlə* təyin olunmuş cəbrlər sinfinə deyilir), çünki (i)-(iii) şərtləri eyniliklərdir (başqa sözlə: *ekvasional şərtlər*dir).

Təyin etdiyimiz altcəbr, homomorfizm, izomorfizm və s. anlayışlar eynilə yarımqrəflərə də şamil edilir; məsələn, tutaq ki,  $S = \langle S; * \rangle$  və  $T = \langle T; \bullet \rangle$  yarımqrəflərdir.

**Tərif 2.**  $S$ -dən  $T$ -yə *homomorfizm* elə  $\varphi: S \rightarrow T$  inikasına deyilir ki,

$$\forall s_1, s_2 \in S \text{ üçün } \varphi(s_1 * s_2) = \varphi(s_1) \bullet \varphi(s_2).$$

Aydındır ki, homomorfizm izoton (= monoton) inikasdır.

Eyniliklərlə təyin olunan siniflərə çoxobrazlılar deyilir. Deməli, universal cəbr nəzəriyyəsinin köməyi ilə yarımqrəfləri çoxobrazlı daxilində konqruentlik, altcəbr, homomorfizm, izomorfizm və digər xassələri tədqiq etmək olar.

#### **Ədəbiyyat:**

1. Дистель Р. Теория графов / Пер. С англ. Новосибирск: Изд-во Института математики, 2002. 225 с., ил. ISBN 5- 86134-101-X.

**ADPU.Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: RIN2301B**

**Abasova Firuzə Cavid**

**[firuzeabasova99@gmail.com](mailto:firuzeabasova99@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: B/m. Z. A. Pənahova**

#### **Dövrü qrupların həndəsi təsviri**

Çoxluğun öz-özünə qarşılıqlı bir qiymətli inikasının bir çox xassələri var. Adətən bu inikaslar qrup təşkil edir. Bu cür inikaslara misal olaraq fiqurların simmetriyası və konqruentliyini misal göstərmək olar. Aşağıdakı simmetriya qrupuna baxaq.

#### **Diedr qrupu**

Düzgün çoxbucağlının simmetriyasında  $m \geq 3$  olarsa tərtibi  $2n$  olan qrup təşkil edir.  $M$  bucağlının təbə nöqtələrini saat əqrəbi istiqamətindəki hərəkətini  $1, 2, \dots, n$  kimi nömrələyək. 1 təpəsi istənilən təpəyə keçə bilər. Digərləri isə saat əqrəbi və yaxud saat əqrəbinin əksinə keçə bilər. Bütün simmetriyalar dönmə nəticəsində yaranır.

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n & 1 \end{pmatrix}$$

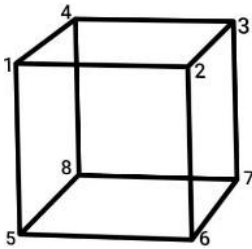
İnikasları isə

$$b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ 1 & n & n-1 & \dots & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$a^n = 1$ ,  $b^2 = 1$ ,  $a \times b = a^{-1} \times b$  bu münasibət qrup təşkil edir.  $a$  və  $b$  vəsitəsi ilə yaranan element  $a_1^i b_1^j \dots a_r^i b_r^j$  bu şəkildə təyin olunur.

Hansı ki,  $b \times a^i = a^{-i} \times b$   $i = 0, 1, 2, \dots, n$  qiymətlər alır.

Kubun simmetriyası 8 təpəsinin öz-özünə inikası ilə yaranır. Kubun təbə nöqtələrini bu şəkildə nömrələyək.



Simmetriya kubu.

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 7 & 8 & 5 \end{pmatrix},$$

$$b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 4 & 8 & 5 & 2 & 3 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

İnikasları isə

$$c = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Təpə nöqtələrinin birinin digərinə inikası nəticəsində a və b elementləri  $G_1$  qrupu təşkil edir. Bu inikas yuxarıdakı diaqramda görünür .

Bu diaqramda  $i \xrightarrow{x} j$   $1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 3 \xrightarrow{a} 4 \xrightarrow{b} 5 \xrightarrow{a} 6 \xrightarrow{a} 7 \xrightarrow{a} 8 \xrightarrow{a} 5 \xrightarrow{b} 2 \xrightarrow{a^{-1}} 1$  , o deməkdir ki,  $x$  elementi  $i$  elementini  $j$ -yə keçirir. Burdan görünür ki  $b \times a^2$ , 4 elementini 7-yə keçirir. 1 elementini özündə saxlayan çevirmə  $H_1$  altqrupu yaradır.  $H_1 < G_1$   $G_1$  qrupunun  $H_1$  altqrupuna nəzərən ayrılışını belə yazı bilərik.

$$G_1 = H_1 + H_1x_2 + H_1x_3 + H_1x_4 + H_1x_5 + H_1x_6 + H_1x_7 + H_1x_8$$

Burada  $x_i$  elementi ,1 elementini  $i$ -yə çevirir.  $x$ -lardan ibarət olaraq  $x_2=a, x_3=a^2, x_4=a^3, x_5=a^3b, x_6=a^3ba, x_7=a^3ba^2, x_8=a^3ba^3$  yazı bilərik burada 8 simvol iştirak edir.  $H_1x_i$  sinifinin elementləri 1-i eyni zamanda  $i$ -yə çevirir. Burada bütün mümkün yanaşı siniflər göstərilib.  $H_1$ -in  $G_1$ -dəki indeksi 8-ə bərabərdir.

Kubun fırlanması nəticəsində 1 təpəsi dövrə olaraq 1- ilə qonşu 3 təpəyə keçə bilər. Buna görə  $H_1$ -in tərtibi 3-ə bərabərdir.  $1, b, b^2$   $G_1$ -in tərtibi 24-ə bərabərdir.  $c$ -inikasında  $G_1$  yoxdur. Baxmayaq ki,  $c^2=1, ca=ac, cb=a^2ba^2c$ .  $a, b, c$  elementləri vastəsi ilə doğrulan  $G$  qrupu  $G=G_1+G_1 \times c$  kimi yazılır. Tərtibi 48-dir.  $G$  qrupu kubun tam simetriyasıdır.

### Ədəbiyyat:

1. Baxşəliyev Y.R. Əbdülkərimli L.Ş. «Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi kursu», Bakı, «Nurlan», 560 s.
2. Курош А.Г. Теория групп. М: Государственное издательство физико-математической литературы, 1953. 452 с.





ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN-2404B

Muradova Zərifə Murad

[zmuradova688@gmail.com](mailto:zmuradova688@gmail.com)

Elmi rəhbər: müəll. F. E. Dadaşova

### Matrisin varlıq şərti

Tutaq ki, bizə elementləri  $P$  meydanından olan  $n$  tərtibli  $A$  kvadrat matrisi verilmişdir.  $A \in M(n, P)$ . Burada  $M(n, P)$  ilə elementləri  $P$  meydanından olan bütün  $n$  tərtibli kvadrat matrislər çoxluğu işarə olunmuşdur.

**Tərif.** Kvadrat  $n$  tərtibli  $A \in M(n, P)$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

matrisi üçün elə  $B \in M(n, P)$  matrisi varsa ki,

$$A \cdot B = B \cdot A = E \quad (2)$$

bərabərliyi doğru olsun, onda belə  $B$  matrisinə  $A$  - nın tərsi deyilir və  $B = A^{-1}$  kimi işarə olunur. Burada  $E \in M(n, P)$   $n$  tərtibli vahid matrisdir.

**Teorem 1.** Elementləri  $P$  meydanından olan kvadrat  $n$  tərtibli  $A$  matrisinin onda və yalnız onda tərsi var ki,  $A$  matrisinin sətirləri (sütunları) arasında xətti asılılıq olmasın.

$A = (a_{ij})_{\substack{j=1,n \\ i=1,n}}^{\overline{j=1,n}}$  matrisinin tərsi

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot A^* = \frac{1}{|A|} \cdot A = \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \quad (3)$$

düsturu ilə tapılır.

**Teorem 2.** Kvadrat  $n$  tərtibli  $A$  matrisini həmin tərtibdən olan vahid  $E$  matrisinə çevirən elementar çevirmələr ardıcılığı varsa, onda  $A$  matrisi tərsi olandır və bu çevirmələr ardıcılığı  $E$  matrisini  $A^{-1}$  matrisinə çevirir.

$$(A|E) \dots \sim (E|A^{-1})$$

**Misal.**  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $A^{-1} = ?$

$$\begin{aligned} (A|E) &= \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & 1 \end{array} \right) \sim \\ &\sim \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{array} \right) \end{aligned}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

### Ədəbiyyat:

1. Y.R. Baxşəliyev, L.Ş. Əbdülkərimli "Cəbr kursu" Bakı 2011.
2. Л.Я.Куликов Алгебра и теория чисел. Москва 1971.
3. А.Г.Куроп «Курс высшей алгебры». Москва 1981.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: Rin2303B

Fətəlizadə Dilbər Yusif

[dilafetelizade1.2@gmail.com](mailto:dilafetelizade1.2@gmail.com)

Elmi rəhbər: müəll. F. E. Dadaşova

### Modula nəzərən çıxıqlar sinifi

$m > 1$  hər hansı tam ədəd olsun.  $a$  tam ədədin  $m$ -ə böldükdə ona bir  $r \geq 0$  qalığı uyğun gəlir.

**Tərif:**  $a$  və  $b$  tam ədədlərini  $m > 1$  tam ədədinə böldükdə alınan qalıqlar bərabər olarsa, bu ədədlərə  $m$  moduluna nəzərən müqayisə olunan ədədlər deyilir və belə yazılır

$$a \equiv b \pmod{m}$$

Müqayisənin bu tərifindən və xassələrindən aydın görünür ki, müqayisə tam ədədlər çoxluğunda ekvivalentlik münasibətidir. Buna görə də ekvivalentlik haqqında teoremdən alınır ki, müqayisə tam ədədlər çoxluğunu ekvivalentlik siniflərinə ayırır. Hər bir sinif bir-biri ilə müqayisə olunan ədədlərdən ibarət olacaqdır.

Bu siniflərdən hər birinə  $m$  moduluna nəzərən çıxıqlar sinfi deyilir. Sinfin hər bir elementinə çıxıq deyilir. Məsələn,  $m=6$  moduluna nəzərən çıxıqlar siniflərini ayıraq. Bu sinifləri  $m$ -ə böldükdə alınan qalıqlara görə müəyyən etmək olar.  $m$ -ə böldükdə alınan qalıq  $r$  alınarsa, onda  $\bar{r}$  sinfinin elementləri  $r + mt$  ( $t \in \mathbb{Z}$ ) şəklindəki bütün tam ədədlər olacaq.

$m=6$  olduqda

$$\bar{0} = \{\dots -12, -6, 0, 6, 12 \dots\}$$

$$\bar{1} = \{\dots -11, -5, 1, 7, 13 \dots\}$$

$$\bar{2} = \{\dots -10, -4, 2, 8, 14 \dots\}$$

$$\bar{3} = \{\dots -9, -3, 3, 9, 15 \dots\}$$

$$\bar{4} = \{\dots -8, -2, 4, 10, 16 \dots\}$$

$$\bar{5} = \{\dots -7, -1, 5, 11, 17 \dots\}$$

Ayındır ki,  $\bar{0} \cup \bar{1} \cup \bar{2} \cup \bar{3} \cup \bar{4} \cup \bar{5} = \mathbb{Z}$ .

**Tərif:**  $m$  moduluna nəzərən hər sinifdən bir və yalnız bir çıxıq götürməklə alınan bütün çıxıqlar sisteminə  $m$  moduluna nəzərən çıxıqların tam sistemi deyilir. Məsələn  $\{0, 13, -4, 15, 22, -1\}$  sistemi  $m=6$  moduluna nəzərən çıxıqların tam sistemidir.

Mənfi olmayan ən kiçik çıxıqların ən kiçik tam sistemi  $\{0, 1, 2, \dots, m-1\}$  olur.

Mütləq qiymətcə ən kiçik çıxıqların tam sistemi  $m$  tək olduqda

$$-\frac{m-1}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2},$$

sistemi,  $m$  cüt olduqda

$$-\frac{m}{2} + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{m}{2}$$

və ya

$$-\frac{m}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{m}{2} - 1$$

sistemlərindən biri götürülür.

Məsələn,  $m=6$  olduqda mənfi olmayan ən kiçik çıxıqların tam sistemi  $\{0,1,2,3,4,5\}$ -dir.

Mütləq qiymətcə ən kiçik çıxıqların tam sistemi

$$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

və ya

$$\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

olur.

**Tərif:**  $m$  modulu ilə qarşılıqlı sadə olan siniflərin hər birindən bir və yalnız bir çıxıq götürməklə alınan sistemə  $m$  moduluna nəzərən çıxıqların gətirilmiş sistemi deyilir.

Məsələn,  $m=8$  olduqda çıxıqların gətirilmiş sistemi  $\{1,3,5,7\}$  olar.

### **Ədəbiyyat:**

1. Y.R. Baxşəliyev, L.Ş. Əbdulkərimli „Cəbr kursü“ Bakı 2011.
2. Л.Я. Куликов, „Алгебра и теория чисел“ Москва 1971.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM-2303B

Abasova Gülnarə Fərhad

küləklərseheri2006g@gmail.com

Elmi rəhbər: müəll. F. E. Dadaşova

### Tək tərtibli çəpsimmetrik matrisin determinantının hesablanması

**Tərif.** Baş diaqonala nəzərən simmetrik yerləşən elementləri bir - birindən yalnız işarəsi ilə fərqlənən matrisə çəpsimmetrik matris deyilir. Başqa sözlə,  $A = -A^T$  şərti ödənilir. Çəpsimmetrik matrisin elementləri üçün

$$a_{ij} = -a_{ji}$$

olur. Buradan çıxır ki,  $a_{ii} = 0$ . Yəni çəpsimmetrik matrisdə baş diaqonal elementləri 0 - a bərabərdir.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ -a_{12} & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ -a_{13} & a_{23} & 0 & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & -a_{n3} & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

İndi çəpsimmetrik  $A$  matrisinin determinantını hesablayaq.

$$D = |A| = \begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ -a_{12} & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ -a_{13} & a_{23} & 0 & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{1n} & -a_{2n} & -a_{3n} & \dots & 0 \end{vmatrix} \quad (2)$$

Bu determinantın hər sətrini  $(-1)$ -ə vursaq, sağ tərəfdə transponirə olunmuş determinant alırıq: yəni  $D = D^T$  -yə bərabər olar. Sol tərəfdə isə determinantın  $(-1)^n$  - ə hasili, yəni  $(-1)^n \cdot D$  alınar.

Deməli, alırıq ki,

$$(-1)^n \cdot D = D \quad (3)$$

(3) - dən görünür ki,  $n$  tək olduqda  $-D = D$ , yəni  $2D = 0$ ,  
 $D = 0$  olur.

Deməli, tək tərtibli çəpşimmetrik matrisin determinantı həmişə 0 - ra bərabərdir.

**Ədəbiyyat:**

1. А.Г.Курош «Курс высшей алгебры». Москва 1981.
2. Y.R.Baxşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli “Cəbr kursu”Bakı 2011.
3. M.Əkbərov “Ali Cəbr”. Bakı 1976.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2403B**

**Qəribova Vüsalə Razim**

[Vusala.garibova7@gmail.com](mailto:Vusala.garibova7@gmail.com)

**Elmi rəhbər: müəl. Ş. Ş. Süleymanova**

**Vilson teoreminin riyaziyyatda tətbiqləri**

***Xülasə:** Bu tezisdə ədəd nəzəriyyəsində mühüm yer tutan Vilson teoremi və onun faktorial anlayışları ilə əlaqəsi araşdırılır. Teoremin sadə ədədlərin identifikasiyasında tətbiqi izah edilir, konkret misallar üzərində tətbiq nümunələri göstərilir və bu teorem əsasında sadəlik üçün yeni zəruri və kafi bir şərt formaləşdirilərək sübut olunur. İşin sonunda əldə olunan nəticələrin gələcək riyazi tədqiqatlarda istifadəsi ilə bağlı perspektivlər müzakirə edilir.*

**Açar sözlər:** Vilson teoremi, sadə ədədlər, faktorial, ikiqat faktorial, ədəd nəzəriyyəsi.

### *1. Giriş*

Sadə ədədlər riyaziyyatın, xüsusilə ədəd nəzəriyyəsinin əsas anlayışlarından biridir. Onların aşkarlanması və təsnifatı tarix boyu riyaziyyatçıların diqqət mərkəzində olmuşdur. Sadə ədədlərin identifikasiyası üçün müxtəlif teoremlər və testlər mövcuddur. Bu teoremlərdən biri də Vilson tərəfindən irəli sürülmüş məşhur Vilson teoremidir. Teorem faktorial anlayışı ilə birbaşa əlaqəlidir və sadə ədədlərin müəyyən olunmasında güclü alət hesab olunur. Bu tezisdə Vilson teoreminin nəzəri əsasları izah edilir və bu teorem vasitəsilə sadə ədədlərin təyini üçün yeni bir kriteriya irəli sürülür. Eyni zamanda, faktorial və ikiqat faktorial anlayışları da təqdim olunaraq, hesablama baxımından daha səmərəli düsturlar verilir.

### *2. Faktorial və ikiqat faktorial anlayışı*

Hər hansı  $n \in \mathbb{N}$  üçün faktorial aşağıdakı kimi müəyyən olunur:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = \prod_{k=1}^n k$$

Əlavə olaraq, ikiqat faktorial anlayışı tətbiq olunur:

Əgər  $n = 2k$  (cüt) olarsa:

$$n!! = 2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2k = 2^k \cdot k!$$

Əgər  $n = 2k + 1$  (tək) olarsa:

$$n!! = 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k + 1) = \frac{(2k + 1)!}{(2^k \cdot k!)}$$

Qeyd:  $0!! = 1$

Bu düsturlar faktorial əsaslı ifadələrin sadələşdirilməsində və hesablama proseslərinin optimallaşdırılmasında faydalıdır.

### **3. Vilson teoremi**

Teorem (Vilson, 1770):

$p > 1$  tam ədədi üçün aşağıdakı bərabərlik doğrudursa, onda  $p$  sadədir:

$$(p - 1)! + 1 \equiv 0 \pmod{p}$$

Bu şərt eyni zamanda zəruri və kafi şərtidir, yəni yalnız və yalnız  $p$  sadə olduqda bərabərlik ödənilir.

Nümunə 1:

$$\begin{aligned} p = 7 \rightarrow (7 - 1)! + 1 &= 720 + 1 = 721; 721 : 7 \\ &= 103 \end{aligned}$$

Nümunə 2:

$$\begin{aligned} p = 11 \rightarrow (11 - 1)! + 1 &= 3628800 + 1 \\ &= 3628801; 3628801 : 11 = 329891 \end{aligned}$$

### **4. Yeni sadəlik kriteriyasının irəli sürülməsi və sübutu**

Teorem:

$n \in \mathbb{N}$  üçün aşağıdakı  $N$  ədədinə baxaq:

$$N = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + (n - 3) \cdot (n - 3)!$$

Onda  $n$  ədədinin sadə olması üçün zəruri və kafi şərt —  $N$  ədədinin  $n$ -ə bölünməsidir.

Sübut:

Əvvəlcə aşağıdakı bərabərlik istifadə olunur:

$$k \cdot k! = (k + 1)! - k!$$

Bu bərabərliyə əsaslanaraq:

$$\begin{aligned} N &= (2! - 1!) + (3! - 2!) + \dots + ((n - 2)! - (n - 3)!) \\ &= (n - 2)! - 1! \end{aligned}$$

Hər iki tərəfi  $(n - 1) - \text{ə vurub}$  və  $n$  əlavə etsək:

$$(n - 1) \cdot N + n = (n - 1)! + 1$$

Vilson teoremindən məlumdur ki, əgər  $(n - 1)! + 1$  ifadəsi  $n$ -ə bölünürsə, onda  $n$  sadədir. Buradan alınır ki,  $(n - 1) \cdot N + n \equiv 0 \pmod{n}$  və bu da  $N \equiv 0 \pmod{n}$  nəticəsini verir.

### **5. Nəticə və perspektivlər**

Vilson teoremi sadə ədədlərin aşkar edilməsində klassik və təsirli bir vasitədir. Bu tezisdə teoremin əsas anlayışları və praktiki tətbiqləri izah olunmuş, həmçinin onun əsasında yeni sadəlik şərti formalaşdırılmış və sübut edilmişdir. Təqdim olunan yeni kriteriya gələcəkdə alqoritmlərin və sadə ədəd testlərinin inkişafında istifadə oluna bilər. Xüsusilə, böyük ədədlərin sadəliyinin yoxlanmasında bu yanaşma kompüter əsaslı proqramlaşdırma ilə birləşdirilərək praktiki alətlərə çevrilə bilər.

### **Ədəbiyyat:**

1. Həsənov, A. İ., & Cəfərova, R. O. (2024). Elementar cəbr və elementar funksiyalar: Dərs vəsaiti.
2. Həsənov, A. İ. (2021). Elementar riyaziyyat: Dərslik (s. 468).
3. Ruiz, S. M. (1996). 80.52 An algebraic identity leading to Wilson's theorem. *The Mathematical Gazette*, 80(489), 579–582.  
<https://doi.org/10.1017/S0025557200173982>
4. Sagdeev, A. A., & Raigorodskii, A. M. (2019). On a Frankl-Wilson theorem and its geometric corollaries. *Acta Mathematica Universitatis Comenianae*, 88(3), 1029–1033.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Grup: RZM2403B

İsmayilova Röya Yaşar

[Ismayilovaroya598@gmail.com](mailto:Ismayilovaroya598@gmail.com)

Elmi rəhbər: müə. Ş. Ş. Süleymanova

### Müqayisənin köməylə bölünmə əlamətlərinin çıxarılması

$m > 1$  və  $(m, 10) = 1$  olsun.

Teorem 1:  $(m, 10) = 1$  və  $P_m(10) = k$  və  $N$  ədədi 10-luq say sistemində yazılmış olsun.  $N$  ədədi onda və yalnız onda  $m$  ədədinə bölünər ki,  $N$ -in sağdan sola hər birində  $k$  sayda rəqəm olan siniflərə ayrılışında siniflərdəki ədədlərin cəmi  $m$ -ə bölünsün.

İsbatı:  $N$  ədədini  $10^k$  say sistemi əsasdan yazaq, yəni

$$N = a_s (10^k)^s + a_{s-1} (10^k)^{s-1} + \dots + a_1 10^k + a_0 \quad (1)$$

burada hər bir  $i = 0, 1, \dots, s$  üçün  $0 \leq a_i \leq 10^k - 1$ ,  $P_m(10) = k$  olduğundan  $10^k \equiv (\text{mod } m)$  olar. Ona görə də alırıq:

$$N \equiv a_s + a_{s-1} + \dots + a_1 + a_0 \pmod{m}.$$

Buradan görürük ki,  $N$  və  $a_s + a_{s-1} + \dots + a_1 + a_0$  cəminin  $m$ -ə bölünməsindən alınan qalıqlar bərabərdir (müqayisənin tərif). Misallar: 1) 9-a bölünmə əlaməti.  $P_9(10) = 1$  çünki  $10^1 \equiv 1 \pmod{9}$ . Buradan görünür ki,  $N$  ədədi 10-luq say sistemində yazıldıqda  $a_0, a_1, \dots, a_s$  onun rəqəmləri olacaqdır Beləliklə alırıq:

$N$  ədədinin rəqəmlərinin cəmi 9-a bölünərsə,  $N$  özü də 9-a bölünər.  $P_3(10) = 1$  olduğundan, yəni

$10^1 \equiv 1 \pmod{3}$  olduğundan 3-ə bölünmə əlaməti də 9-a bölünmə əlaməti kimidir. Təkcə 9-un yerinə 3 yazmaq kifayətdir.

2) 11-ə bölünmə əlaməti.  $P_{11}(10) = 2$ , yəni

$10^2 \equiv 1 \pmod{11}$  olduğundan alırıq:

N ədədi onda və yalnız onda 11-ə bölünər ki, N ədədini 100-lük say sistemində yazanda alınan rəqəmlərin cəmi 11-ə bölünsün.  $P_m(10) = k$  ədədi  $\varphi(m)$  -in böləni olduğundan hökm edərək ki,  $k \leq \varphi(m)$  və deməli, N ədədinin siniflərə ayrılışında hər sinifdə  $\varphi(m)$  -dən çox rəqəm olmayacaq. Bu teorem

$k = \varphi(m)$  olduqda az əhəmiyyətli olur. Məsələn,  $P_7(10) = 6$  olduqda hər sinifdə 6 rəqəmli ədəd alınacaq ki, onların özlərinin cəminin 7-yə bölünməsinə yoxlamaq çətinidir. Teorem 1-ə əlavə olaraq  $2^n$  və  $5^n$ -ə bölünmə əlamətini çıxaraq:

**Teorem 2:** N ədədi 10-luq say sistemində yazılmışdırsa, N ədədi onda və yalnız onda  $2^n$ -ə  $5^n$  bölünər ki, N ədədinin axırıncı n rəqəmlərindən düzəldilmiş ədəd  $2^n$ -ə (uyğun olaraq  $5^n$ -ə) bölünsün.

İsbatı:  $N = 10^n q + r$   $0 \leq r < 10^n$  olsun.

Əgər  $2^n \mid N$ , onda  $2^n \mid r$  və tərsinə,  $2^n \mid r \rightarrow 2^n \mid N$ . Eyni qayda ilə deyərək ki,  $5^n \mid N \leftrightarrow 5^n \mid r$ . N ədədi 10-luq say sistemində yazılmışdırsa, yəni

$$N = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_0 \quad 0 \leq a_i \leq 9$$

olarsa, onda  $r = a_{n-1} 10^{n-1} + a_0$ , yəni  $N$  ədədinin axırncı  $n$  rəqəmlərindən düzəldilmiş ədəddir.

Misal: 1)756391625 ədədi  $5^3 = 125$  - ə bölünür, çünki  $625 \mid 25$ , 217321736 ədədi  $2^4 = 16$  ədədinə bölünür, çünki 1736 ədədi 16 ədədinə bölünür.

$$a_s b_s + a_{s-1} b_{s-1} + \dots + a_0 b_0 \quad (3)$$

cəmi  $m$ -ə bölünsün.

Doğrudan da (2) müqayisələri doğrudursa; onda

$N = a_s g^s + a_{s-1} g^{s-1} + \dots + a_0 \equiv a_s b_s + a_{s-1} b_{s-1} + \dots + a_0 b_0 \pmod{m}$ . Bu da  $N$ -in  $m$ -ə bölünməsinin (3) cəminin  $m$ -ə bölünməsi ilə eynigüclü olduğunu göstərir.

Yuxarıda isbat etdiyimiz teorem I bu qaydanın xüsusi halıdır. Doğrudan da, Paskal qaydasında  $g = 10^k$  belə ki,  $10^k \equiv 1 \pmod{m}$  götürsək  $g = 10^k \equiv 1 \pmod{m}$  -dən alınır ki, bütün  $b_i$ -lər 1-ə bərabərdir.

### **Ədəbiyyat:**

Y.R. Baxşəliyeva, L.Ş. Əbdülkərimli. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi kursu. Bakı-2008.

Б.Л. Ван-дер-Варден. Алгебра. М., Гостехиздат, 1976.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup:RZM2403B

Mustafayeva Aişə Ruslan

[aise.8727@gmail.com](mailto:aise.8727@gmail.com)

Elmi rəhbər: müəl. Ş. Ş. Süleymanova

### Kvadrat qalıq anlayışı

**Xülasə:** Bu tezisdə ədəd nəzəriyyəsinin mühüm anlayışlarından biri olan kvadrat qalıq mövzusu araşdırılır. Modul arifmetikası kontekstində kvadrat qalıqların tərif, əsas xüsusiyyətləri və tətbiq sahələri izah olunur. Misallar və lemmalar vasitəsilə mövzu daha da konkretləşdirilir və kvadrat tənliklərin modul üzrə həlli məsələsinə diqqət yetirilir.

**Açar sözlər:** Kvadrat qalıq, modul arifmetikası, ədəd nəzəriyyəsi, kvadrat qeyri-qalıq, kvadrat tənlik, diskriminant, qalıq sinifləri, Gaus, lemmalar, tənliklərin həlli

#### 1. Giriş

Kvadrat qalıqlar ədəd nəzəriyyəsinin əsas anlayışlarından biridir və bu sahədə aparılan tədqiqatların mühüm hissəsini təşkil edir. Kvadrat qalıq anlayışının əsasları ilk dəfə alman riyaziyyatçısı Karl Fridrix Qaus tərəfindən sistemli şəkildə araşdırılmışdır.

Tərif: Əgər  $a$  və  $m$  qarşılıqlı sadə ədədlər olarsa,  $((a, m) = 1)$  onda  $x^2 \equiv a(mod\ m)$  müqayisəsinin həlli varsa,  $a$  ədədi  $m$  modulu üzrə kvadrat qalıq adlanır. Əgər bu müqayisənin həlli yoxdursa,  $a$  ədədi  $m$  moduluna görə kvadrat qeyri-qalıq deyilər. Əgər  $a$  ədədi elə bir  $x$  ədədinin kvadratına bərabərdirsə olar ki,  $x^2 = a(mod\ m)$  onda biz  $a$ -ya  $m$  modulu üzrə kvadrat qalıq deyirik. Məsələn; mod 5-ə görə:

$$1^2 \equiv 1(mod5)$$

$$2^2 \equiv 4(mod5)$$

$$3^2 \equiv 4(\text{mod}5)$$

$$4^2 \equiv 1(\text{mod}5)$$

Burada 1 və 4,5 modulu üzrə kvadrat qalıqdır.

Lemma:  $x^2 \equiv a(\text{mod } m)$ ,  $(x, m) = 1$  şərtləri daxilində müqayisənin həllini ödəyən  $1 \leq x \leq \frac{m-1}{2}$  sayda kvadrat qalıqları tapılır.

İsbat: Məlumdur ki, modul  $m$ -a görə olduğundan  $x$  burada  $1 \leq x \leq m - 1$  aralığında yoxlamalıyıq.

Nəzərə alaq ki,

$$(m - x)^2 = m^2 + x^2 - 2mx \equiv x^2(\text{mod } m) \text{ və } \frac{m-1}{2}$$

ən böyük tam ədəd

$$m - \frac{m-1}{2} = \frac{m+1}{2} ; \frac{m+1}{2} > \frac{m-1}{2}$$

olduğundan yalnız  $x$ -ləri  $1 \leq x \leq \frac{m-1}{2}$  aralığında yoxlamalıyıq.

Lemma isbat olundu.

Tutaq ki,  $a, b \in Z$  üçün  $x^2 + ax + b$  sadə  $p$  ədədin bölünsün deyə, belə  $x$  tam ədədi olduğunu axtaraq. Bunun üçün  $p$  modulu üzrə bu kvadrat tənliyi baxaq. Tutaq ki,  $a, b (0; p)$ -yə daxildir.

1) Fərz edək ki,  $a$  cüt ədəddir.

$$x^2 + ax + b = (x + \frac{a}{2})^2 + b - \frac{a^2}{4} \equiv 0 \text{ (mode } p)$$

$$(x + \frac{a}{2})^2 = b - \frac{a^2}{4} \text{ (mode } p)$$

Beləliklə bunun həlli yalnız və yalnız  $\frac{a^2}{4} - b$   $p$  modulu üzrə kvadrat qalıq və ya 0 olduqda var.

2) Fərz edək ki,  $a$  tək ədəddir və  $p$ -a cüt ədəddir.

$$x^2 + ax + b = x^2 - (p - a)x + b = \left(x - \frac{p-a}{2}\right)^2 + b - \frac{(p-a)^2}{4} \equiv 0 \pmod{p}$$

$$\left(x - \frac{p-a}{2}\right)^2 \equiv \frac{(p-a)^2}{4} - b$$

Beləliklə bunun həlli yalnız və yalnız  $\frac{(p-a)^2}{4} - b$   $p$  modulu üzrə kvadrat qalıq və ya 0 olduqda var.

### 5. Nəticə

Kvadrat qalıq anlayışı ədəd nəzəriyyəsinə vacib yer tutur. Bu anlayış modul arifmetikasında tənliklərin həllində, kriptografiya və digər sahələrdə geniş istifadə olunur. Tezisdə kvadrat qalıqların əsas xüsusiyyətləri, sayının təyini və tənliklərin həllinə tətbiqi izah edilmişdir.

### Ədəbiyyat:

5. Həsənov, A. İ., & Cəfərova, R. O. (2024). Elementar cəbr və elementar funksiyalar: Dərs vəsaiti.
6. Həsənov, A. İ. (2021). Elementar riyaziyyat: Dərslik (s. 468).
7. Ruiz, S. M. (1996). 80.52 An algebraic identity leading to Wilson's theorem. *The Mathematical Gazette*, 80(489), 579–582.  
<https://doi.org/10.1017/S0025557200173982>
8. Sagdeev, A. A., & Raigorodskii, A. M. (2019). On a Frankl-Wilson theorem and its geometric corollaries. *Acta Mathematica Universitatis Comenianae*, 88(3), 1029–1033.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM2204B

Baxşalıyeva Cəmalə Şakir

[cemale.bva.2005@gmail.com](mailto:cemale.bva.2005@gmail.com)

Elmi rəhbər: r.ü.f.d. Y. Q. Abbasova

## Vektor fəzanın altfəzasının ortoqonal tamamlayıcısı

Skalyar hasilli  $E$  vektorlar fəzasının hər hansı  $x \in E$  vektoruna ortoqonal olan vektorlar çoxluğunu  $x^\perp$  kimi işarə edirlər. Fərz edək ki,  $E$  fəzasının boş olmayan  $F$  altçoxluğu verilmişdir.  $F$ -in bütün elementlərinə ortoqonal olan bütün  $x \in E$  vektorlar çoxluğunu  $F^\perp$  kimi işarə edək.  $F^\perp$  çoxluğuna  $F$ -ə ortoqonal çoxluq deyilir və  $F^\perp$ -in  $F$ -ə ortoqonal olması mülahizəsi  $F^\perp \perp F$  kimi işarə olunur.

**Teorem 1:** Skalyar hasilli  $E$  fəzasının  $F$  altçoxluğuna ortoqonal olan  $F^\perp$  çoxluğu,  $E$  fəzasının altfəzasını təşkil edir.

**İsbatı:** İstənilən  $a \in F, b_1, b_2 \in F^\perp$  və istənilən  $\beta_1, \beta_2 \in P$  ( $P$  – həqiqi və ya kompleks ədədlər meydanıdır) üçün aşağıdakı bərabərlik doğrudur:

$$(a, \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2) = \overline{\beta_1} (a, b_1) + \overline{\beta_2} (a, b_2).$$

$(a, b_1) = (a, b_2) = 0$  olduğundan  $(a, \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2) = 0$  alınır. Bu isə göstərir ki,  $\beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 \in F^\perp$  deməli  $F^\perp$ -a daxil olan istənilən iki vektorun ixtiyari xətti kombinasiyası da  $F^\perp$ -a daxildir. Deməli,  $F^\perp$  çoxluğu  $E$ -nin altfəzasını təşkil edir.

**Tərif:** Skalyar hasilli  $E$  fəzasının  $F$  altfəzasına ortoqonal olan  $F^\perp$  altfəzasına  $F$ -in ortoqonal tamamlayıcısı deyilir.

**Teorem 2:** Skalyar hasilə  $E$  fəzasının istənilən sonlu ölçülü  $F$  altfəzası üçün  $E = F \oplus F^\perp$  ayrılışı doğrudur, burada  $\oplus$  altfəzaların düz cəminin işarəsidir.

**İsbatı:**  $E$  – sıfır fəza olduqda teorem doğrudur. Fərz edək ki,  $E \neq \{0\}$ . Əgər  $a \in F \cap F^\perp$  olarsa, onda  $(a, a) = 0$ , yəni  $a = \theta$  olar. Deməli,  $F \cap F^\perp = \{0\}$ . Məlum teoremə görə  $F \oplus F^\perp$  cəmi düz cəmdir.

Fərz edək ki,

$$u_1, u_2, \dots, u_n \quad (1)$$

sistemi  $F$  altfəzasının ortqonal bazisidir. Göstərək ki, istənilən  $u \in E$  vektoru üçün elə  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  skalyarları və  $x \in F^\perp$  vektoru var ki,

$$u = \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_n u_n + x \quad (2)$$

(2)-nin hər tərəfini  $u_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) vektoruna skalyar vursaq və  $(u_k, u_l) = 0 \quad k \neq l \quad (k, l = 1, \dots, n), (x, u_i) = 0$  şərtlərini nəzərə alsaq  $(u, u_i) = \lambda_i (u_i, u_i)$  bərabərliyini alarıq.  $(u_i, u_i) \neq 0$  olduğuna görə

$$\lambda_i = \frac{(u, u_i)}{(u_i, u_i)} \quad (3)$$

tapırıq.

$$x = u - \lambda_1 u_1 - \dots - \lambda_n u_n \quad (4)$$

götürək.  $\lambda_i$  əmsallarını (3) şəklində götürdükdə (4)-dən

$$(x, u_i) = (u, u_i) - \lambda_i (u_i, u_i) = 0$$

alarıq. Bu isə göstərir ki,  $x \in F^\perp$ . Deməli,

$$E = F \oplus F^\perp.$$

Bu teoremdən aşağıdakı nəticələr çıxır.

**Nəticə 1:** Əgər  $E$  – sonlu ölçülü skalyar hasilli vektorlar fəzası,  $F$  isə onun hər hansı altfəzasıdırsa,  $E = F \oplus F^\perp$ .

**Nəticə 2:** Əgər  $F$  sonlu ölçülü skalyar hasilli vektorlar fəzasının altfəzasıdırsa, onda  $(F^\perp)^\perp = F$ .

**Ədəbiyyat:**

1. V.Ə.Qasimov. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi. B., Patronat, I, 1998, II, 1999.
2. İ.İ.İbrahimov. Ədədlər nəzəriyyəsinin əsasları. B., Azərnəşr, 1955.
3. M.H.Cavadov, R.Ə.Eyyubov, F.H.Əfəndiyev. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi. Bakı, ADPI, I, 1988, II, 1989.
4. M.H.Cavadov, L.Ş.Əbdülkərimli, Y.R.Baxşəliyev. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi. Bakı, ADPI, III, 1992.
5. Y.R.Baxşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli. Cəbr kursu. Bakı, “Elm və təhsil” - 2011.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RİN-2204B.**

**Abuzərova Tünzələ Rahim**

[tunzaleabuzeroval09@gmail.com](mailto:tunzaleabuzeroval09@gmail.com)

**Elmi rəhbər: r.ü.f.d. Y. Q. Abbasova**

**Matrisin diaqonal matrisə oxşar olması şərti.**

**Teorem 1:**  $n$  tərtibli  $A$  kvadrat matrisinin  $n$  sayda xətti asılı olmayan məxsusi vektorları varsa,  $T$  isə sütunları  $A$ -nın həmin məxsusi vektorlarının koordinatlarından təşkil edilmiş  $n$  tərtibli kvadrat matrisdirsə, onda  $T^{-1}AT$  diaqonal matrisdir, onun baş diaqonalının elementləri  $A$ -nın məxsusi qiymətləridir.

**İsbati:**  $A$  matrisinin  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  məxsusi qiymətlərinə uyğun gələn və xətti asılı olmayan məxsusi vektorlarını  $X_1, \dots, X_n$  ilə işarə edək:

$$AX_1 = \lambda_1 X_1, \dots, AX_n = \lambda_n X_n$$

Hər biri  $i$ -ci ( $i = 1, \dots, n$ ) sütunu  $X_i$  vektorundan ibarət olan  $T$  matrisi tərtib edək.  $T^i = X_i$  və  $T = [X_1, X_2, \dots, X_n]$  olar.

Sütunları xətti asılı olmadığına görə  $T$ -nin tərsi var. Bundan başqa

$$\begin{aligned} AT &= [AX_1, \dots, AX_n] = [\lambda_1 X_1, \dots, \lambda_n X_n] \\ &= [X_1, \dots, X_n] \begin{pmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Buradan

$$T^{-1}AT = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

alınar.

**Teorem 2:**  $n$  tərtibli  $A$  matrisi diaqonal matrisə oxşadırsa, onda  $A$  matrisinin  $n$  sayda xətti asılı olmayan məxsusi vektorları var.

**İsbati:** Fərz edək ki, elə  $T$  qeyri-məxsusi matrisi var ki,

$$T^{-1}AT = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

onda

$$AT = T \begin{pmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

nəticədə,

$$[AT^1, \dots, AT^n] = [\lambda_1 T^1, \dots, \lambda_n T^n]$$

alınar ki, buradan da

$$AT^1 = \lambda_1 T^1, \dots, AT^n = \lambda_n T^n$$

çıxır.  $T$ -nin tərsi olduğu üçün  $T^1, \dots, T^n$  məxsusi vektorlar sistemi xətti asılı deyil.

**Teorem 3** (*matrisin diaqonal matrisə oxşar olması şərti*):  $n$  tərtibli kvadrat matris diaqonal matrisə o zaman və yalnız o zaman oxşar olar ki, onun  $n$  sayda xətti asılı olmayan məxsusi vektorları olsun.

Fərz edək ki,

$$B = T^{-1}AT \quad (1)$$

bərabərliyi ödəyir. Onda

$$B^2 = (T^{-1}AT)(T^{-1}AT) = (T^{-1}A)(TT^{-1})AT = T^{-1}A^2T$$

Analoji qayda ilə, istənilən  $n$  natural ədədi üçün

$$B^n = T^{-1}A^nT$$

olduğunu göstərmək olar. Əgər

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix} \quad (2)$$

şəklində diaqonal matris olarsa, onda

$$A^n = \begin{pmatrix} \lambda_1^n & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n^n \end{pmatrix}$$

olacaqdır. Əgər (1) bərabərliyi ilə verilən  $B$  matrisinin tərsi varsa, onda  $A$  matrisinin də tərsi var və

$$B^{-1} = (T^{-1}AT)^{-1} = T^{-1}A^{-1}(T^{-1})^{-1} = T^{-1}A^{-1}T$$

olar. Əgər  $A$  matrisi (2) şəklində diaqonal matris olarsa

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda_1^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n^{-1} \end{pmatrix}$$

Bu halda istənilən  $n$  natural ədədi üçün

$$B^{-n} = T^{-1}A^nT$$

bərabərliyi də doğru olar.

### **Ədəbiyyat:**

1. *M.H.Cavadov, R.Ə.Eyyubov, F.H.Əfəndiyev. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi. Bakı, ADPI, I. 1988, II, 1989.*
2. *V.Ə.Qasımov. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi. B., Patronat, I, 1998, II, 1999.*
3. *Y.R.Baxşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli. Cəbr kursu. Bakı, "Elm və təhsil" – 2011.*

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RİN2402B**

**Həsənova Aytac Araz**

**[aytach954@gmail.com](mailto:aytach954@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: r.ü.f.d. Y. Q. Abbasova**

### **İki çoxhədlinin rezultantı**

İki çoxhədlinin ortaq vuruğunun olub-olmadığını yoxlamaq üçün əlverişli üsuldən istifadə edək.

Teorem 1: Fərz edək ki,

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n,$$

$g(x) = b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_m(1)$  çoxhədliləri verilmişdir və  $a_0 \neq 0$ ,  $b_0 \neq 0$  və  $g$  çoxhədlilərinin onda və yalnız onda müsbət dərəcəli ortaq vuruğu olar ki, aşağıdakı şərtləri ödəyən  $c(x)$  və  $d(x)$  çoxhədliləri olsun.

a)  $fc = gd$ ;

b)  $c(x) = c_0x^{m-1} + \dots + c_{m-1}$ ,  $d(x) = d_0x^{n-1} + \dots + d_{n-1}$

c)  $c$  və  $d$  çoxhədlilərindən heç olmasa biri sıfırdan fərqli olsun.

İsbatı: Əgər  $f$  və  $g$  çoxhədlilərinin  $u$  ortaq vuruğu varsa, elə  $c$  və  $d$  çoxhədliləri var ki,  $f = du$ ,  $g = cu$ , onda  $c$  və  $d$  çoxhədliləri a) – c) şərtlərini ödəyir.

Fərz edək ki, a) – c) şərtlərini ödəyən  $c$  və  $d$  çoxhədliləri var və  $f$  çoxhədlisinin dərəcəsi  $n$ -dir, onda  $a_0 \neq 0$ . Əgər  $(c, d) = \alpha$  olarsa, elə  $c_1, d_1$  çoxhədliləri var ki,  $c = c_1\alpha$ ,  $d = d_1\alpha$  və  $(c_1, d_1) = 1$ . Qeyd edək ki, bu halda  $d \neq 0$  olar.

a) şərtindən çıxır ki,  $fc_1\alpha = gd_1\alpha$  və deməli

$$fc_1 = gd_1 \quad (2)$$

Deməli,  $d_1$  çoxhədli  $fc_1$ -in bölənidir. Lakin  $(c_1, d_1) = 1$  olduğuna görə  $d_1$  çoxhədli  $f$ -in bölənidir.

$f = d_1t$  (3) burada  $d_1$  çoxhədlisinin dərəcəsi  $d$ -nin dərəcəsindən böyük deyil, b)şərtinə əsasən  $d$ -nin dərəcəsi  $f$ -in dərəcəsindən kiçikdir. Ona görə də (3) bərabərliyindəki  $t$  çoxhədlisinin dərəcəsi müsbətdir. (2) və (3) bərabərliklərindən alınır ki,

$$d_1tc_1 = gd_1 \text{ yəni } g = c_1t$$

Deməli,  $t$  çoxhədli müsbət dərəcəli olub  $f$  və  $g$  çoxhədlilərinin ortaq vuruğudur.

Teorem isbat olundu.

İndi isə a) şərtində iştirak edən çoxhədlilərin ifadələrini yerinə yazaq:

$$\begin{aligned} (a_0x^n + \dots + a_n)(c_0x^{m-1} + \dots + c_{m-1}) \\ = (b_0x^m + \dots + b_m)(d_0x^{n-1} + \dots + d_{n-1}) \end{aligned}$$

Mötərizələri açıb  $x$ -in eyni dərəcələrinin əmsallarını bərabərləşdirsək alarıq:

$$a_0c_0 = b_0d_0$$

$$\begin{aligned} a_1c_0 + a_0c_1 &= b_1d_0 + b_0d_1 \\ a_2c_0 + a_1c_1 + a_0c_2 &= b_2d_0 + b_1d_1 + b_0d_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_nc_{m-2} + a_{n-1}c_{n-1} &= b_md_{n-2} + b_{m-1}d_{n-1} \\ a_nc_{m-1} &= b_md_{n-1} \end{aligned}$$

$n + m$  sayda olan bu bərabərliklərə  $c_0, c_1, \dots, c_{m-1}, d_0, d_1, \dots, d_{n-1}$  məchullarına nəzərən xətti bircins tənliklər sistemi kimi baxa bilərik. Bu sistemin sıfırdan fərqli həlli olması üçün onun baş determinantının sıfıra bərabər olması zəruri və kafidir. Bu sistemin hədlərindəki mənfi işarələri məchullara aid etsək  $-d_0, -d_1, \dots, -d_{n-1}$  məchullarını alarıq.

Qeyd edək ki, rezultantın başqa formaları da mövcuddur. Məsələn:

1) Əgər  $f = a_0x^n + \dots + a_n$  və  $g = b_0x^m + \dots + b_m$  çoxhədlilərin rezultantı sıfıra bərabədirsə, onda ya bu çoxhədlilərin ortaq vuruğu var, ya da  $a_0$  və  $b_0$  əmsalları sıfıra bərabərdir.

2) Kompleks ədədlər meydanı üzərində ixtiyarı baş əmsallı  $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ ,  $g(x) = b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_m$  çoxhədlilərinin  $R(f, g)$  rezultantı o zaman və yalnız o zaman sıfıra bərabər olur ki, ya onların bu meydanda ortaq kökü olsun, ya da bu çoxhədlilərin baş əmsalları sıfıra bərabər olsun.

### Ədəbiyyat:

1. L.Ş.Əbdülkərimli, Y.R.Baxşəliyev və b. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi. Bakı, ADPI, IV, 1995.
2. Y.R.Baxşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli. Cəbr kursu. Bakı. "Elm və təhsil"-2011

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2404b

Məmmədova Reyhan Ruslan

[mmmdovar49@gmail.com](mailto:mmmdovar49@gmail.com)

Elmi rəhbər: müəll. N. M. Zahidova

### 1-in n-ci dərəcədən köklərinin tətbiqi ilə məsələ həlli

Vahidin n-ci dərəcədən köklərinin tətbiq sahələrindən biri də ikihədli tənliklərdir.

$$Ax^n + B = 0, (A \neq 0), A \in \mathbb{C}, B \in \mathbb{C} \quad (1)$$

Burada  $\mathbb{C} = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$  kompleks ədədlər

çoxluğudur. (1) tənliyinin  $x = \sqrt[n]{-\frac{B}{A}}$  şəklində n dənə kökü tapılır.

Teorem:  $x^n = a$  tənliyinin bütün kökləri özünün bir  $x_0$  kökü ilə 1-in n-ci dərəcədən bütün köklərinin hasilindən alınır.

$$x_k = x_0 \varepsilon_{k-1}, k = \overline{1, n-1}$$

Burada  $x_0$  tənliyinin bir xüsusi həllidir.

Bilirik ki,  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$ ) şəklində olan ədədlər kompleks ədədlər adlanır. Kompleks ədədlərdən n-ci dərəcədən kökalma düsturuna əsasən

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{a + bi} = \sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)} =$$

$$\sqrt[n]{r} \left( \cos \frac{2\pi k + \varphi}{n} + i \sin \frac{2\pi k + \varphi}{n} \right), \quad k = \overline{0, n-1} \quad (2)$$

Burada  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$  z kompleks ədədin  $\varepsilon_n$  modulu,  $\varphi = \arctg \frac{b}{a}$  isə argumentidir. Onda

$$1=1+ 0 \cdot i = \cos 0^{\circ} + i \sin 0^{\circ}$$

(2) düsturuna əsasən

$$\sqrt[n]{1} = \sqrt[n]{\cos 0^{\circ} + i \sin 0^{\circ}} = \cos \frac{2\pi k}{n} + i \sin \frac{2\pi k}{n}, k = \overline{0, n-1} \quad (3)$$

yaza bilərik. (3) düsturuna 1-in n-ci dərəcədən kökləri düstur deyilir.

Nümunə:  $x^5 + 243 = 0$

$$x^5 = -243$$

$$x = \sqrt[5]{-243} = -3 \sqrt[5]{1}$$

$$x_1 = x_0 \varepsilon_0 = -3 ( \cos 0^{\circ} + i \sin 0^{\circ} ) = -3$$

$$x_2 = x_0 \varepsilon_1 = -3 ( \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5} )$$

$$x_3 = x_0 \varepsilon_2 = -3 ( \cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} )$$

$$x_4 = x_0 \varepsilon_3 = -3 ( \cos \frac{6\pi}{5} + i \sin \frac{6\pi}{5} )$$

$$x_5 = x_0 \varepsilon_4 = -3 ( \cos \frac{8\pi}{5} + i \sin \frac{8\pi}{5} )$$

### Ədəbiyyat:

1. Л.Я.Куликов Алгебра и теория чисел Москва 1971
2. Y.R.Baxşəliyev.L.S.Ebdulkerimli Cəbr kursu Bakı 2011



Let us denote the set of solutions of system (1) by  $M$ , and the entire solution space of system (2) by  $H$ . Showing that  $\alpha_0 \in M$  if (1) is an arbitrary solution

$$M = \alpha_0 + H$$

**Theorem:** If the vector  $\alpha_0 = (\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_n^0)$  is an arbitrary solution of system (1), and  $h = (h_1, h_2, \dots, h_n)$  is an arbitrary solution of system (2), then

$$\alpha_0 + h = (\alpha_1^0 + h_1, \alpha_2^0 + h_2, \alpha_n^0 + h_n)$$

the vector is a solution of system (1).

As a result of this theorem, it follows that

$$\alpha_0 + H \subset M$$

$$M \subset \alpha_0 + H$$

Therefore:

$$M = \alpha_0 + H$$

### Ədəbiyyat:

1. Y. R. Baxseliyev. L. S. Ebdulkerimli Cebr kursu Bakı 2011.
2. Л. Я. Куликов Алгебра и теория чисел. Москва 1971

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM2401Bi

Sadıqzadə Həsərət Ələvsət

[hesretsadiqzade03@gmail.com](mailto:hesretsadiqzade03@gmail.com)

Elmi rəhbər: müəll. N. M. Zahidova

### Triple scalar product and its geometric meaning

Suppose we are given three nonzero vectors. Let us denote these vectors as  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ , and  $\vec{c}$ . The scalar product of the vector product of two of these vectors with the third is called the mixed product of these vectors.

$$\vec{a}(a_1, a_2, a_3); \vec{b}(b_1, b_2, b_3); \vec{c}(c_1, c_2, c_3)$$

The mixed product is numerically equal to the volume of the parallelepiped constructed on these vectors. The expression for the complex product of three vectors in coordinates is as follows:

$$([\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

The volume of a parallelepiped constructed on the vectors  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ , and  $\vec{c}$  are zero if and only if these vectors are coplanar.

Let us assume that we are given points with coordinates

$A(x_1, y_1, z_1); B(x_2, y_2, z_2); C(x_3, y_3, z_3); D(x_4, y_4, z_4)$

with respect to a rectangular Cartesian coordinate system.

The volume of a parallelepiped constructed on the vectors

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  can be calculated using the following formula:

$$V_{par} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix}$$

With a special case of this formula, we can also calculate the volume of a tetrahedron constructed on given vectors. Thus, the volume of the corresponding tetrahedron is equal to  $\frac{1}{6}$  of the volume of the parallelepiped:

$$V_{tet} = \frac{1}{6} \text{mod} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix}$$

**Ədəbiyyat:**

1. Александров Р.С. Лекции по аналитической геометрии. «Наука», Москва 1968.
2. Базылев В.Т., Дуничев К.И., Иваницкая В.П. Геометрия 1 ч. Москва «Просвещение», 1974.
3. Бахвалов С.В., Бабушкин Л.И., Иваницкая В.П. Аналитическая геометрия. Москва. «Просвещение». 1970.
4. Xanəli Paşayev, Maqsud Nəcəfov. Analtik həndəsədən mühazirələr. Bakı-2002

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Grup: RİN2404B

Behbudova Sevil İltifat

[sevilbehbudova0@gmail.com](mailto:sevilbehbudova0@gmail.com)

Elmi rəhbər: müəll. N. S. Müseyibova

### Viyet düsturları

Tutaq ki, bizə kompleks ədədlər meydanı üzərində  $n$  dərəcəli ( $a_0 \neq 0$ )

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n \quad (1)$$

çoxhədlişi verilmişdir. Bu çoxhədlinin köklərini  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ilə işarə edək. Onda

$$f(x) = a_0(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) \quad (2)$$

ayrılışı doğru olacaqdır.

(2) bərabərliyində mörtərizələri vurub açdıqdan sonra (1)-in uyğun hədlərinin əmsallarının müqayisə etsək alarıq ki,

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{a_1}{a_0} \\ x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_{n-1}x_n = \frac{a_2}{a_0} \\ x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \dots + x_{n-2}x_{n-1}x_n = \frac{-a_3}{a_0} \\ \dots \\ x_1x_2x_3 \dots x_n = (-1) \frac{a_n}{a_0} \end{array} \right. \quad (3)$$

(3) düsturlarına Viyet düsturları deyilir. Viyet düsturları çoxhədlinin kökləri və əmsalları arasında əlaqə yaradan bir düsturdur.

Xüsusi halda  $n=2$  olduqda, yəni çoxhədli 2 dərəcəli olduqda

$$f(x) = a_0x^2 + a_1x + a_2 \quad (a_0 \neq 0)$$

üçhədlisinin alırıq ki, bu çoxhədlinin kökləri  $x_1, x_2$  olsa, bizə məlum

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-a_1}{a_0} \\ x_1x_2 = \frac{a_2}{a_0} \end{cases}$$

Viyet düsturlarını alırıq.

**Misal.**  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  çoxhədlisinin kökləri üçün  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$  şərti ödənirsə, onun əmsalları arasında əlaqə tapın.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -a \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = b \\ x_1x_2x_3 = -c \end{cases}$$

### Ədəbiyyat:

1. Л.Я.Куликов Алгебра и теория чисел. Москва 1971.
2. Y.R. Baxşəliyev, L.Ş. Əbdülkərimli “Cəbr kursu” Bakı 2011.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RİN2404B

Rzayev Mətin Musa

[rzayevmetin179@gmail.com](mailto:rzayevmetin179@gmail.com)

Elmi rəhbər: müəll. N. S. Müseyibova.

### Kvadratına qoşma olan kompleks ədədlər

$z = a + bi, a, b \in R, i^2 = -1$  şəklində olan ədədlər kompleks ədədlər adlanır. Kompleks ədədlər çoxluğu  $C$  ilə işarə olunur.  $C = \{a + bi | a, b \in R, i = \sqrt{-1}\}$

Tutaq ki, bizə  $z = a + bi$  kompleks ədədi verilmişdir.  $z^2 = \bar{z}$  tənliyini həll edək. Burada  $\bar{z} = a - bi$  ədədi  $z = a + bi$  kompleks ədədinin qoşmasıdır.

$$z^2 = \bar{z}$$

$$(a + bi)^2 = a - bi$$

$$a^2 + 2abi - b^2 = a - bi$$

$$(a^2 - b^2) + 2ab \cdot i = a - bi$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = a \\ 2ab = -b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - a - b^2 = 0 \\ 2ab + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - a - b^2 = 0 \\ b(2a + 1) = 0 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} a^2 - a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(a - 1) = 0 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Bu halda sistemin həlli  $(0,0)$  və  $(1,0)$ -dir

$$2) \begin{cases} a^2 - a - b^2 = 0 \\ 2a + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = b^2 \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{3}{4} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} b^2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Bu halda sistemin həlli  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  və  $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  olur.

Deməli,  $z^2 = \bar{z}$  şərtini ödəyən kompleks ədədlər bunlardır.

$$z_1 = 0 + 0 \cdot i$$

$$z_2 = 1 + 0 \cdot i$$

$$z_3 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$z_4 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

### Ədəbiyyat:

1. А.Т.Куроп. "Курс высшей алгебра". Москва 1981.
2. Y.R.Baxşəliyev, L.Ş.Əbdülkərimli "Cəbr kursu". Bakı 2011.

## IV BÖLMƏ: RİYAZİYYAT VƏ ONUN TƏDRİSİ TEKNOLOGİYASI

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM2204B

Hüseynova Şəhla Xaqani

[Huseynovasehla519@gmail.com](mailto:Huseynovasehla519@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. A. Q. Cəfərov

**Mövzu:  $a \sin x + b \cos x = c$  şəklində verilmiş triqonometrik tənliyi bircins tənliyə gətirməklə həllinin öyrədilməsi.**

Dəyişəni triqonometrik funksiya altında olan tənliyə triqonometrik tənlik deyilir. Aşağıdakı tənlikləri triqonometrik tənliklərə misal göstərə bilərik.

- 1)  $a \sin x + b \cos x + \operatorname{tg} x = d$  , 2)  $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x = 0$  ,  
3)  $\cos x + \operatorname{tg} x = 0$  4)  $a \sin x + b \cos x = 0$  və.s.

Triqonometrik tənliyin bir çox növləri vardır, onlardan biridə bircins triqonometrik tənliklərdir.

$a_0 \sin^n x + a_1 \sin^{n-1} x \cos x + \dots + a_{n-1} \sin x \cos^{n-1} x + a_n \cos^n x = 0$  (1)  
( $a_0 \neq 0$  ,  $a_n \neq 0$ ) şəkilində olan tənlik  $\sin x$  və  $\cos x$ -ə nəzərən  $n$  dərəcəli bircins triqonometrik tənlik adlanır. Burada  $a_0$  ,  $a_1$  ,  $a_2$  , ...,  $a_n$  həqiqi ədədlər ,  $n$  natural ədəddir və tənlikdə hər bir həddə iştirak edən  $\sin x$  və  $\cos x$  funksiyalarının qüvvət üstlərinin cəmidir.  $n$  ədədi verilən tənliyin bircinslik dərəcəsi adlanır.

Bircins triqonometrik tənlikəri həll etmək üçün verilmiş (1) bərabərliyinin hər bir həddini  $\cos^n x \neq 0$  funsiyasına bölürük,

$$a_0 \frac{\sin^n x}{\cos^n x} + a_1 \frac{\sin^{n-1} x \cos x}{\cos^n x} + \dots + a_{n-1} \frac{\sin x \cos^{n-1} x}{\cos^n x} + a_n \frac{\cos^n x}{\cos^n x} = 0 \quad (2)$$

tənliyini alırıq , (2) tənliyini sadələşdirdikdə aşağıdakı tənlik alınır.

$$a_0 \operatorname{tg}^n x + a_1 \operatorname{tg}^{n-1} x + \dots + a_{n-1} \operatorname{tg} x + a_n = 0 \quad (3)$$

(3) tənliyində  $\operatorname{tg} x = t$  əvəzləməsi aparsaq , aşağıdakı  $n$  dərəcəli cəbri tənliyi alırıq

$$a_0 t + a_1 t + \dots + a_{n-1} t + a_n = 0 \quad (4)$$

(4) tənliyini həll edib  $t_1, t_2, \dots, t_m$  ( $m \leq n$ ) həqiqi köklərini tapdıqdan sonra (1) tənliyinin köklərini aşağıdakı tənliklərindən tapmaq lazımdır.

$$\operatorname{tg} x = t_k \quad (k=1, 2, \dots, m).$$

İndi isə  $a \sin x + b \cos x = c$  (4) şəklində verilmiş triqonometrik tənliyi bircins tənliyə gətirməklə həllini öyrənək

İlk olaraq tənliyin sağ tərəfini sıfıra bərabər edək , bunun üçün  $c$  sabitini tənliyin sol tərəfinə keçirək

$$A \sin x + b \cos x - c = 0 \quad (5)$$

(5) tənliyinin bircins triqonometrik tənlik olması üçün  $c$  sabitini aşağıdakı şəkildə ifadə etməliyik,

$$c = 1 \cdot c = \left( \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} \right) \cdot c = c \sin^2 \frac{x}{2} + c \cos^2 \frac{x}{2}$$

Həmçinin (5) tənliyini daha sadə hala salmaq üçün  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ ,  $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$  əvəzləmələri apararaq.

Qeyd etdiyimiz əvəzləmələri (5) tənliyində yerinə yazaq.

$$2a \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + b \cos^2 \frac{x}{2} - b \sin^2 \frac{x}{2} + c \sin^2 \frac{x}{2} + c \cos^2 \frac{x}{2} = 0 \quad (6)$$

(6) tənliyinin hədlərini qruplaşdıraraq

$$2a \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + (b+c) \cos^2 \frac{x}{2} + (c-b) \sin^2 \frac{x}{2} = 0 \quad (7)$$

(7) tənliyinin hər bir həddini  $\cos^2 \frac{x}{2}$  funksiyasına bölək,

$$2a \operatorname{tg} \frac{x}{2} + (b+c) + (c-b) \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = 0 \quad (8)$$

(8) tənliyində  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$  əvəzləməsi apraq bu zaman tənlik cəbri tənliyə çevriləcəkdir

$$2at + (b+c) + (c-b)t^2 = 0 \quad (9)$$

(9) tənliyi dəyişəni  $t$  olan kvadratik tənlikdir, bu tənliyi həll edək

$$At^2 + Bt + C = 0, \text{ düstura əsasən } A=c-b, B=2a, C=b+c$$

$$D=B^2-4AC, \quad t_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2-4AC}}{2A}, \text{ verilənləri yerinə yazdıqda}$$

tənliyin  $t_1, t_2$  kökləri tapılır, biz  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$  əvəzləməsi aparmışdıq həmin əvəzləmədən  $x$  dəyişəninə qiyməti tapılır və tənlik həll olunur.

Misal:  $\sin^2 x - 3\sin x \cos x - 4\cos^2 x = 0$   $\cos x \neq 0$  olduğundan hər iki tərəfi  $\cos^2 x$ -ə bölək,  $\operatorname{tg} x = t$  əvəzləməsi aparaq,

$$\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x - 4 = 0$$

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$t_1 = \operatorname{tg} x_1 = -1, \quad x_1 = -\pi/4 + \pi k$$

$$t_2 = \operatorname{tg} x_2 = 4, \quad x_2 = \operatorname{arctg} 4\pi k + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

### **Ədəbiyyat:**

- 1) Allahverdi Cəfərov , Akif Quliyev , Asif Nəbiyev və.s. “Triqonometriya” Bakı-2016.
- 2) İ.Həsənov “Triqonometrik tənliklərin həlli üsulları” Bakı-2017.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM2204B

Məlikova Gülarə Cahangir

[gulare.melikova.rzm2204b@adpu.edu.az](mailto:gulare.melikova.rzm2204b@adpu.edu.az)

Elmi rəhbər: dos. A. Q. Cəfərov

### Universal əvəzləmələrlə triqonometrik tənliklərin həlli

Dəyisəni triqonometrik funksiyalar işarəsi altında olan tənliklərə triqonometrik tənliklər deyilir. Bu tənliklər müxtəlif üsullarla həll olunur və bunlardan biri də universal əvəzləmə üsuludur .

$$a \sin x + b \cos x = c \quad a \neq 0, b \neq 0 \quad (1)$$

Tənliyi  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$  əvəzləməsinin köməyi ilə eyni adlı triqonometrik funksiyağa gətirmək lazımdır.

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \quad (2)$$

$$\cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \quad (3)$$

Düsturlarında

$$\operatorname{Tg}\left(\frac{x}{2}\right) = t \text{ qəbul etsək, onda}$$

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \text{olar.}$$

Daha sonra (2) və (3) düsturlarını (1) də əvəz edirik.

$$a \frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} + b \frac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} = c$$

$$2a \tg\frac{x}{2} + b - b \tg^2\frac{x}{2} = c + c \tg^2\frac{x}{2}$$

$$(b+c)\tg^2\frac{x}{2} - 2a \tg\frac{x}{2} + c - b = 0$$

Əgər  $\tg(\frac{x}{2}) = t$  əvəzləməsi aparsaq:

$$(b + c)t^2 - 2at + c - b = 0$$

Diskriminnat  $D=4a^2+4b^2-4c^2$  olarsa, (1) tənliyinin iki həqiqi kökü olar:

$$t = \frac{a \pm \sqrt{a^2+b^2-c^2}}{b+c}; \quad c \neq -b$$

Bu zaman (1) tənliyinin həlli:

$$X = 2 \arctg \frac{a \pm \sqrt{a^2+b^2-c^2}}{b+c} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad c \neq -b \text{ olduqda.}$$

Əgər verilən tənlik  $\sin x$  və  $\cos x$ -ə görə rəasional funksiya olarsa,  $(\frac{P}{Q}) = 0$  ( $P$  və  $Q$   $\sin x$  və  $\cos x$ -dan asılı çoxhədlidir) Şəklində ifadə olunarsa, onda onu (2) əvəzləmələrindən istifadə etməklə, (1) tənliyini  $M(t) = 0$  şəklinə gətirmək olar. Bu tənlikdən  $t$ -ni təyin edərək  $\tg\frac{x}{2} = t$  əvəzləməsindən isə  $x$ -i tapırıq.

$\cos\frac{x}{2} = 0$  olduqda, yəni  $x = \pi(2n + 1)$  olduqda (2) düsturlarının mənası olmur. Ona görə də  $\tg(x/2) = t$  əvəzləməsi apararkən  $x = \pi(2n+1)$  verilən tənliyin kökü olub-olmadığını yoxlamaq lazımdır. Universal əvəzləməni tətbiq etmək:

Misal:  $2\sin x + \cos x = 1$

Tənliyə daxil olan  $\sin x$  və  $\cos x$  yarım argumentini tangens ilə ifadə edək

$$2 \frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} + \frac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} = 1$$

$$Tg\frac{x}{2} = t \text{ əvəz edək}$$

$$2 \frac{2t}{1+t^2} + \frac{1-t^2}{1+t^2} = 1$$

Sadələşdirək

$$-2t^2 + 4t = 0$$

$$2t(-t+2) = 0$$

Həllər:

$$t=0, \quad t=2. \quad t=tg\frac{x}{2} \text{ olduğundan}$$

$$1. tg\frac{x}{2} = 0, \quad \frac{x}{2} = k\pi \text{ alınır ki, } x = 2\pi k$$

$$2. tg\frac{x}{2} = 2, \quad \frac{x}{2} = \arctg 2 + \pi k \text{ və alınır ki } x = 2\arctg 2 + 2\pi k$$

### **Ədəbiyyat:**

1. Akif Quliyev, Cəmilə abdullayeva, Novruz Nəsirov, Allahverdi Cəfərov, Allahverdi Cabbarov, Asif Nəbiyev – Triqonometriya. Bakı-2016

2. Əhmədov M.M. – Triqonometriya və analitik həndəsə. Bakı: Maarif, 2008.

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM 2204B

Xuduzadə Xavər Vəfa

e-mail: [xuduzadxavr@gmail.com](mailto:xuduzadxavr@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. A. Q. Cəfərov

**“ $a \sin x + b \cos x = c$  şəklində verilmiş triqonometrik tənliyin  
köməkçi bucaq daxil etməklə öyrədilməsi”**

Əvvəlcə, ümumi şəkildə verilmiş aşağıdakı tənliyin həllinə baxaq:

$$a \sin x + b \cos x = c \quad (1)$$

Burada  $c \neq 0$  halına baxacağıq ,çünki  $c=0$  olduqda tənlik bircins tənlik kimi həll edilir.

Nəzərə almaq lazımdır ki,  $a$  və  $b$ -dən heç olmazsa, biri sıfırdan fərqli olmalıdır,  $a^2+b^2 \neq 0$  (1) tənliyinin hər iki tərəfini  $b$ -yə bölərək (1) ilə eynigüclü aşağıdakı tənliyi alırıq:

$$\frac{a}{b} \sin x + \cos x = \frac{c}{b} \quad (2)$$

(2) tənliyində  $\varphi = \arctg \frac{a}{b}$  köməkçi bucaq daxil edək. Onda  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b}$ ,

$$\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sin \varphi \quad \text{və} \quad \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos \varphi . \quad (3)$$

$$\bullet \quad \operatorname{tg} \varphi \sin x + \cos x = \frac{c}{b} ;$$

$$\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \cdot \sin x + \cos x = \frac{c}{b}$$

$$5. \quad \sin \varphi \cdot \sin x + \cos x \cdot \cos \varphi = \frac{c}{b} \cos \varphi ,$$

$$\cos(x - \varphi) = \frac{c}{b} \cos \varphi$$

(2) və (3)-ü nəzərə alsaq ,

$$\cos(x - \arctg \frac{a}{b}) = \frac{c|b|}{b\sqrt{a^2+b^2}}$$

Aydındır ki  $\frac{c|b|}{b\sqrt{a^2+b^2}} > 1$  olduqda yəni

$a^2 + b^2 < c^2$  olduqda tənliyin həlli olmayacaq .

$a^2 + b^2 \geq c^2$  olduqda isə

$$x - \arctg \frac{a}{b} = \pm \arccos \frac{c|b|}{b\sqrt{a^2+b^2}} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

Cavab.

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \geq c^2, \\ x - \arctg \frac{a}{b} = \pm \arccos \frac{c|b|}{b\sqrt{a^2+b^2}} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in Z$$

$a^2 + b^2 < c^2$  olduqda tənliyin həlli yoxdur.

Burada  $\varphi = \arctg \frac{a}{b}$ .

**Misal 1.** Tənliyi həll edin.

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1.$$

**Həlli.** Tənliyin hər iki tərəfini  $(-1)$  bölək. Onda

$$-\sqrt{3} \sin x + \cos x = -1 \quad \text{tg } x = -\sqrt{3} \text{ olsun.}$$

$$\varphi = \arctg(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\text{tg } \varphi \cdot \sin x + \cos x = -1 \Rightarrow \sin \varphi \cdot \sin x + \cos \varphi \cdot \cos x =$$

$$-\cos \varphi \Rightarrow \cos(x - \varphi) = -\cos \varphi, \quad \varphi = -\frac{\pi}{3} \text{ olduğundan alırıq}$$

ki ,

$$\cos(x + \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin(x - \frac{\pi}{6}) =$$

$$\frac{1}{2} \Rightarrow x - \frac{\pi}{6} = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in Z$$

$$\text{Cavab. } x = \frac{\pi}{6} + (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in Z.$$

Bu tənliyi başqa üsullarla da həll etmək olar.

$$\text{a) } \sqrt{3} \sin x - \cos x = 1 \Rightarrow \sqrt{3} \sin x - (1 + \cos x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}$$

$$\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 2\cos^2 \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow 2\cos \frac{x}{2} (\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \cos \frac{x}{2} = 0 \\ \sqrt{3} \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + 2\pi k \\ \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + 2\pi k, & k \in Z \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, & n \in Z \end{cases}$$

b)  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$  əvəzləməsinin köməyi ilə də (1) tənliyini həll etmək olar. Onda

**I hal.**  $x \neq 2\pi n$ . Bu halda  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$  əvəzləməsi aparaq.

$$\sqrt{3} \frac{2t}{1+t^2} - \frac{1-t^2}{1+t^2} = 1 \Leftrightarrow t - \frac{1}{\sqrt{3}} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

**II hal.**  $x = \pi + 2\pi n$ . Bu halda  $x$ -in  $\pi + 2\pi n$  qiymətini verilmiş tənlikdə yoxlayaraq  $x = \pi + 2\pi n$  verilmiş tənliyin doğru bərabərliyə çevirək.

Cavab.  $\{\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \pi + 2\pi n, k \in Z\}$ .

Qeyd edək ki,  $\{\frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z\}$  həlləri seriyası a) və b) üsulu ilə alınmış həllər seriyası ilə üst-üstə düşür. Doğrudan da,  $n=2k$  və  $n=2k+1$  götürsək  $\{\frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z\}$  Həllər seriyası a) və b) halındakı həllər seriyası ilə üst-üstə düşür. Ümumiyyətlə, triqonometrik tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edərkən müxtəlif şəkildə cavablar alınsa da, əslində bunlar müxtəlif şəkildə olan eyni cavablardır.

### Ədəbiyyat:

1.P.Məmmədov, H.Xəlilov və b. Riyaziyyat “Abituriyentlər və hazırlıq şöbəsinin dinləyiciləri üçün Maarif”-1982

2.A.Quliyev , A.Cəfərov və b.”Triqonometriya ”(Dərs vəsaiti) Bakı-2016.

ADPU,Riyaziyyat fakültəsi

Qrup:RZM2204B

Sadıqova Fidan Ceyhun

[Fidan.Sadiqova.RZM2204B@adpu.edu.az](mailto:Fidan.Sadiqova.RZM2204B@adpu.edu.az)

Elmi rəhbər: dos. A. Q. Cəfərov

### **Triqonometrik tənliklərin əvəzetmə üsulu ilə həllinin öyrədilməsi**

**Tərif.** Dəyişəni yalnız triqonometrik funksiyaların işarəsi altında olan tənliklərə triqonometrik tənlik deyilir.

Tutaq ki,  $F(x) = 0$  (1) hər hansı triqonometrik tənlikdir.  $F(x)$  funksiyasının təyin oblastı hər hansı aralıq, boş çoxluq və ya bütün ədədlər çoxluğu ola bilər. Dəyişənin (1) tənliyini doğru bərabərliyə çevirən qiymətinə tənliyin kökü deyilir. Triqonometrik tənliyin bütün kökləri çoxluğuna bu tənliyin ümumi həlli deyilir.

Tənliyi həll etmək, onun kökləri çoxluğunu tapmaq deməkdir. İstənilən triqonometrik tənliyin həlli uyğun çevirmələrdən sonra adətən,  $\sin x = a$ ;  $\cos x = a$ ;  $\operatorname{tg} x = a$ ;  $\operatorname{ctg} x = a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) həllinə gətirilir.

Bunun üçün triqonometrik funksiyaların xassələrindən və onların arasındakı münasibətlərdən istifadə olunur. Həmçinin, cəbr tənliyin həllində tətbiq olunan vürğülərə ayırma, yeni

dəyişən daxil etmə, qiymətləndirmə və mühakimə yolu ilə ,əvəzetmə üsulu ilə və s. müxtəlif üsullardan istifadə edilir.İndi isə biz triqonometrik tənliklərin əvəzetmə üsulu ilə həllini nəzərdən keçirək. Əvəzetmə üsulu ilə triqonometrik tənlikləri iki üsulla həll etirik: rasionallaşdırıcı əvəzetmə və universal əvəzetmə

### 1.Rasionallaşdırıcı əvəzetmələr

$F(\sin x, \cos x, \operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x) = 0$  (I) şəklindəki tənliyə baxaq.

Əgər verilən tənlikdə  $F$  rasiional funksiyaadırsa, onda (I) tənliyi müəyyən əvəzetmənin köməyi ilə rasiional tənliyə gətirilir.

Əvvəlcə dəyişəni (I) triqonometrik funksiya işarəsi altında olan tənliklərə baxaq:  $F(\sin x) = 0$  (1).  $t = \sin x$  əvəzetməsi aparsaq (1) tənliyi əvəzinə  $F(t) = 0$  (2) tənliyini alırıq. (1) tənliyinin köklərini tapmaq üçün (2) tənliyini həll etmək lazımdır.  $-1 \leq \sin x \leq 1$  olmasından görünür ki,  $t$  tənliyində  $t$  arqumentinin mümkün qiymətləri  $[-1, 1]$  parçadır:  $(-1 \leq t \leq 1)$  (2) tənliyinin  $[-1, 1]$  parçasında yerləşən hər bir həllinə (1) tənliyinin həllər seriyası uyğun olur. Bu həllər seriyası:

$$\sin x = t_i \quad (|t_i| \leq 1)$$

tənliyini həll etməklə tapılır:

$$x = (-1)^n \arcsin t_i + n\pi$$

(2) tənliyinin  $[-1, 1]$  parçasında yerləşən  $t_1, t_2, \dots, t_m$  kimi həlləri olarsa, (1) tənliyinin həlli  $\sin x = t_1, \sin x = t_2, \dots, \sin x = t_m$  kimi sadə triqonometrik tənliklərin həllinə gətirilmiş olar. (2) tənliyinin  $[-1, 1]$  parçasında yerləşən həlli olmazsa, (1) tənliyinin də həlli olmaz.

Tənlik  $F(\cos x) = 0$  (3) şəklində verilərsə,  $t = \cos x$  əvəzetməsi ilə  $F(t) = 0$  tənliyi həll edilir. Bu tənliyin  $[-1, 1]$  parçasında yerləşən həllərini götürmək lazımdır.  $\cos x = t_i$ ,  $-1 \leq t_i \leq 1$  olduqda, verilmiş (3) tənliyinin

$x = \pm \arccos t_i + 2n\pi$  həllərini tapırıq.

Başqa triqonometrik funksiyalardan asılı olan triqonometrik tənliklərin həllində də əvəzetmə üsulundan istifadə oluna bilər. Məsələn,  $F(\operatorname{tg} x) = 0$  və  $\Phi(x) = 0$  tənlikləri  $\operatorname{tg} x = t$ ,  $x = t$  əvəzetməsi ilə  $F(t) = 0$  və  $\Phi(t) = 0$  tənliklərinə çevrilir. Burada (2) və (3) tənliklərindən fərqli olaraq  $t$  argumentinin müəyyən həddi heç bir şərt qoyulmur.

2. Universal əvəzetmələrlə triqonometrik tənliklərin həlli

$$R(\cos x, \sin x, \tan x, \operatorname{ctg} x) = 0 \quad (1)$$

tənliyi  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$  əvəzetməsinin köməyi ilə də cəbr tənliyə gətirilir.

$$\sin x = \frac{2t \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + t \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}, \quad \cos x = \frac{1 - t \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + t \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}, \quad \operatorname{tg} x = \frac{2t \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - t \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

düsturlarında  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$  qəbul etsək, onda

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$$

ola

Əgər verilən tənlik  $\sin x$  və  $\cos x$  -ə görə rəasional funksiya olarsa,  $\frac{P}{Q} = 0$  ( $P$  və  $Q$   $\sin x$  və  $\cos x$  -dən asılı çoxhədlidir) şəklində ifadə olunarsa, onda onu (2) çevrilmələrindən istifadə etməklə, (1) tənliyini  $M(t) = 0$  şəklinə gətirmək olar. Bu tənlikdən  $t$ -ni təyin edərək  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$  çevrilməsindən isə  $x$ -i tapırıq.

Qeyd edilməlidir ki,  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$  çevrilməsi nəticəsində kökləri çətinliklə tapıla bilən çoxhədlilər alına bilər. Ona görə də nisbətən sadə həll yolu olmadıqda bu çevrilmədən istifadə edilməlidir.  $\cos \frac{x}{2} = 0$  olduqda, yəni  $x = \pi(2n + 1)$  olduqda (2) düsturlarının mənası olmur. Ona görə də  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$  çevrilməsi apararkən  $x = \pi(2n + 1)$  verilən tənliyin kökü olub-olmadığını yoxlamaq lazımdır.

### **Ədəbiyyat:**

1. Akif Quluyev, Cəmilə Adbullayeva, Novruz Nəsirov, Allahverdi Cəfərov, Allahverdi Cabbarov, Asif Nəbiyev- Trigonometriya Bakı 2016
2. Əhmədov M.M – Trigonometriya və analitik həndəsə Maarif Bakı - 2008

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2204B**

**Hacıyeva Rəvanə İslam**

**[Haciyevan36@gmail.com](mailto:Haciyevan36@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. A. Q. Cəfərov**

### **Trigonometrik tənliklər sisteminin əvəzetmə üsulu ilə həllinin öyrədilməsi**

**Tərif:** Dəyişəni yalnız trigonometrik funksiyaların işarəsi altında olan tənliyə trigonometrik tənlik deyilir.

**Məsələn:**  $\cos x + \cos 3x = 0,25$

Tutaq ki,  $F(X)=0$  (1) hər hansı triqonometrik tənlikdir.  $F(X)$  funksiyasının təyin oblastı hər hansı aralıq, boş çoxluq və ya bütün ədədlər çoxluğu ola bilər.

**Dəyişənin (1) tənliyini doğru bərabərliyə çevirən qiymətinə tənliyin kökü deyilir.** Bəzən triqonometrik tənliyin kökü olmaya da bilər. (1) tənliyində  $F(X)$ , dövrü  $T$  olan funksiya olduqda  $x=a$  ədədi bu tənliyin köküdürsə, onda  $x_0=a+nT$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  şəklindəki ədədlər də bu tənliyin kökü olacaqdır. Bu zaman  $x_0 = a + nT$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  şəklindəki həllər tənliyin həllər çoxluğudur. Belə həllər çoxluğunu triqonometrik tənliyin həllər *seriyası* adlandırırlar.

Ümumiyyətlə, dəyişənin mümkün qiymətlərindən asılı olaraq, triqonometrik tənliyin kökləri sonlu, sonsuz və yaxud da yuxarıda da qeyd etdiyimiz kimi kökü olmaya bilər. Triqonometrik tənliyin bütün kökləri çoxluğuna bu tənliyin ümumi həlli deyilir.

Tənliyi həll etmək, onun kökləri çoxluğunu tapmaq deməkdir. İstənilən triqonometrik tənliyin həlli uyğun çevirmələrdən sonra adətən,  $\sin x=a$ ,  $\cos x=a$ ,  $\operatorname{tg} x=a$ ,  $\operatorname{ctg} x=a$ . Tənliklərinin həllinə gətirilir

Bunun üçün triqonometrik funksiyaların xassələrindən və onların arasındakı münasibətdən istifadə olunur. Həmçinin, cəbri tənliyin həllində tətbiq olunan vuruqlara ayırma, yeni dəyişən daxil etmə, qiymətləndirmə və mühakimə yolu ilə və s. müxtəlif üsullardan istifadə edilir.

Sadə triqonometrik tənliklərin ümumi həlli aşağıdakı cədvəldə verilmişdir.

| Tənliklər | Ümumi həlli |
|-----------|-------------|
|-----------|-------------|

|                   |                                                                                                                          |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\text{Cos}x = a$ | $ a  \leq 1$ olduqda $x = \pm \arccos a + 2\pi n$<br>$ a  > 1$ olduqda tənliyin həlli yoxdur                             |
| $\text{Sin}x = a$ | $ a  \leq 1$ olduqda<br>$X = (-1)^n \arcsin a + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$<br>$ a  > 1$ olduqda tənliyin həlli yoxdur |
| $\text{Tgx} = a$  | $X = \text{argtg}a + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$                                                                       |
| $\text{Ctg}x = a$ | $X = \text{argctg}a + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$                                                                      |

Triqonometrik tənliklər sisteminin həlli zamanı cəbri tənliklər sisteminin həllində tətbiq etdiyimiz üsullardan və triqonometrik düsturlardan istifadə edilir. Triqonometrik tənliklər sisteminin həlli ya bərdəyişənli tənliyə, ya da ki, argumentlərdən və ya argumentin funksiyalarından asılı tənliklər sisteminə gətirilir.

*Aşağıdakı misal nümunəsinə baxaq:*

**Misal** 
$$\begin{cases} \sin x + \sin y \\ \cos 2x - \cos 2y = 1 \end{cases}$$

**Həlli .** İkinci tənliyi çevirsək,

$$1 - 2\sin^2 x - 1 + 2\cos^2 y = 1 \text{ və ya } \sin^2 x - \sin^2 y = -\frac{1}{2}$$

Beləliklə,

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ \sin^2 x - \sin^2 y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Sadəlik üçün,  $\sin x = u$ ,  $\sin y = v$  əvəzləməsi aparsaq,

$$\begin{cases} u + v = 1 \\ u^2 - v^2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{alırıq.}$$

Bu cəbri sistemin yeganə  $u = \frac{1}{4}$  və  $v = \frac{3}{4}$  kökü var.

$$\sin x = \frac{1}{4} \rightarrow x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{4} + \pi n$$

$$\sin y = \frac{3}{4} \rightarrow y = (-1)^n \arcsin \frac{3}{4} + \pi n$$

### **Ədəbiyyat:**

1. Allahverdi Cəfərov, Akif Quliyev, Asif Nəbiyev və s. Triqonometriya Bakı- 2016
2. P.Mərdənov, H. Xəlilov və s. “Riyaziyyat Abiyuriyentlər və hazırlıq şöbəsinin dinləyiciləri üçün “ Maarif”-1982
3. M.Mərdənov, M. Yaqubov və s. “Cəbr və analizin başlanğıcı” Ümumi təhsil məktəblərin 10-cu sinfi üçün dərslik. Çarşıoğlu- 2009

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: RZM2204B**

**Musazadə Mehriban Vaqif**

**[musayevvaqif656@gmail.com](mailto:musayevvaqif656@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. A. Q. Cəfərov**

### **Triqonometrik tənliklər sisteminin cəbri toplama üsulu ilə həllinin öyrədilməsi**

Triqonometrik tənliklər və onların sistemləri riyaziyyatın mühüm sahələrindən biridir. Bu cür tənliklər fizika, mühəndislik, astronomiya kimi sahələrdə geniş tətbiq olunur. Triqonometrik tənliklər sisteminin həllində müxtəlif metodlar mövcuddur və

onlardan biri də cəbri toplama üsuludur. Bu məqalədə, bu üsulun necə tətbiq edildiyi və onu öyrətmək üçün istifadə oluna biləcək metodik yanaşmalar izah ediləcəkdir. Məqsəd şagirdlərə bu üsulun tətbiqini aydın və ardıcıl şəkildə öyrətmək üçün nəzəri və praktik yanaşmalar təqdim etməkdir. Məqalədə nümunə üzərində tətbiq izah olunur və tədris prosesində effektivliyin artırılması üçün tövsiyələr verilir.

**Tərif:** Dəyişəni yalnız triqonometrik funksiyaların işarəsi altında olan tənliyə triqonometrik tənlik deyilir.

Məsələn:  $\cos x + \cos 3x = 0.25$

Triqonometrik tənliklər sistemləri iki və ya daha artıq triqonometrik funksiyaların daxil olduğu tənliklər toplusudur. Triqonometrik tənliklər sisteminin həlli zamanı cəbri tənliklər sisteminin həllinə tətbiq etdiyimiz üsullardan və triqonometrik düsturlardan istifadə edilir. Triqonometrik tənliklər sisteminin həlli ya birdəyişənli tənliyə, yada ki, arqumentlərdən və arqumentin funksiyalarından asılı tənliklər sisteminə gətirilir. Bu tənliklər sisteminin həlli zamanı müxtəlif üsullardan istifadə edilir ki, bunlardan biridə cəbri toplama üsuludur. Bu cür sistemlərin həlli zamanı funksiyaların xassələri (periodiklik, simmetriya, tərs funksiyalar və s.) mühüm rol oynayır.

- 1) Dövrülük (Periodiklik) xassəsi- Triqonometrik funksiyalar dövrü funksiyalar olduğuna görə, onların tənliklərinin sonsuz sayda həlli ola bilər

Məsələn:  $\sin x = a$ , tənliyinin ümumi həlli:  $x = (-1)^n \arcsin a + n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$

- 2) Əsas triqonometrik bərabərliklərdən istifadə- Triqonometrik tənliklər sistemini həll edərkən aşağıdakı identik bərabərliklər kömək edir:

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$                        $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
- $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$                        $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

3) Təyin olunma sahəsi (müəyyənlik sahəsi) - Triqonometrik funksiyalar bəzi nöqtələrdə təyin olunmaya bilər:

Məsələn:  $\operatorname{tg} x$  funksiyası üçün  $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$ ;  $\operatorname{ctg} x$  funksiyası üçün  $x \neq k\pi$

4) Simmetriya və çevrilmə xassələri - Triqonometrik funksiyalar simmetrik olduqları üçün, bu xassələrdən istifadə olunaraq tənliklər sadələşdirilə bilər:

- $\sin(-x) = -\sin x$
- $\cos(-x) = \cos x$
- $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$

Cəbri toplama üsulu, iki və ya daha çox tənliyin komponentlərini toplayaraq və ya çıxaraq, dəyişənlərdən birini aradan qaldırmaqla tənlikləri sadələşdirmək məqsədi daşıyır. Nümunə üçün bir misal götürək və həlli üçün tətbiq olunan addımları izləyək.

**Misal 1:** 
$$\begin{cases} 2\sin x + \cos y = 1 \\ \sin x - \cos y = 2 \end{cases}$$

Addım 1: İfadələri tərəf-tərəfə toplayaq:  $(2\sin x + \sin x) + (\cos y - \cos y) = 3 \Rightarrow 3\sin x = 3 \Rightarrow \sin x = 1$

Addım 2:  $\sin x = 1$  olduqda  $x$ -in dəyərləri:  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, (k \in \mathbb{Z})$

Addım 3: İkinci tənlikdə  $\sin x = 1$  yerinə qoysaq, tənlik

$$\sin x - \cos y = 2 \Rightarrow 1 - \cos y = 2 \Rightarrow \cos y = -1$$

Addım 4:  $\cos y = -1$ , olduqda  $y$ -in dəyərləri:  $y = \pi + 2m\pi \quad (m \in \mathbb{Z})$

Nəticə:  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad y = \pi + 2m\pi, \quad (k, m \in \mathbb{Z})$

**Misal 2:** 
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y = 3 \\ \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} y = 1 \end{cases}$$

Addım 1: Tənlikləri toplayaq:  $(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y) + (\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} y) = 3 + 1$   
 $2\operatorname{tg} x = 4, \operatorname{tg} x = 2$

Addım 2: İndi 1-ci tənliyə əsasən  $\operatorname{ctg} y$ -i tapaq:  $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y = 3 \Rightarrow$   
 $2 + \operatorname{ctg} y = 3 \Rightarrow \operatorname{ctg} y = 1$

Nəticə:  $\operatorname{tg} x = 2, x = \arctg(2) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$   
 $\operatorname{ctg} y = 1, y = \operatorname{arcc} \operatorname{tg}(1) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

**Ədə:**

- 1) Allahverdi Cəfərov, Akif Quliyev, Asif Nəbiyev və s. "Triqonometriya" Bakı-2016
- 2) İ. Həsənov "Triqonometrik tənliklərin həlli üsulları" Bakı-2017

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2202B.**

**Vəliyeva Nərminə Aydın**

**[narminavaliyeva5@gmail.com](mailto:narminavaliyeva5@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. N. B. Nəsirov.**

### **Yüksək dərəcəli tənliklər sisteminin həllinin öyrədilməsi texnologiyası**

Riyaziyyatın tədrisində tənliklər sisteminin öyrədilməsi xüsusi əhəmiyyət daşıyır. Xüsusilə yüksək dərəcəli tənliklər sisteminin həlli həm riyazi düşüncənin formalaşdırılmasında, həm də kompleks problemlərin strukturlaşdırılmasında mühüm rol oynayır.

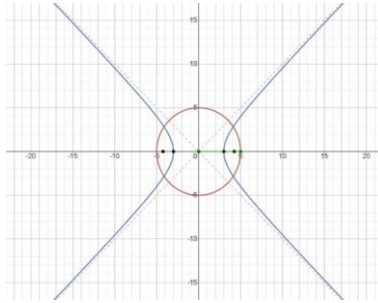
- Yüksək dərəcəli tənliklər sistemi nədir?

→ Tərkibində ən az bir dənə ikinci, üçüncü və ya daha yüksək dərəcəli ( kvadrat, kub və s.) tənliklər olan, birdən çox dəyişənlə ifadə olunan tənliklər toplusudur.

Yüksək dərəcəli tənliklər sisteminin müxtəlif həll üsulları var. Əvəzetmə, toplama, bərabərləşdirmə, qrafik üsulu və diskriminant üsulu ən çox istifadə olunan üsullardır. Bu üsulları nəzərdən keçirək.

### ***Əvəzetmə üsulu***

Əvəzetmə üsulu, tənliklər sistemindəki tənliklərdən, bir tənlikdəki dəyişəni başqa bir tənlikdən əvəz edərək sistemi həll etmək üsuludur. Bu üsulda, bir tənlikdən bir dəyişəni izah edib, həmin dəyişəni digər tənlikdə əvəz edirik. Nəticədə, yalnız bir dəyişənlə (yəni  $x$  və ya  $y$ ) işləyirik, sonra bu dəyişəni tapıb, digərini asanlıqla hesablamaq olur.



### ***Nümunə***

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ y - 2x = 1 \end{cases}$$

Bu tənliklər sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll edək. Sistemin ikinci tənliyində əvəzləmə edək və birinci tənliklə uyğun olaraq yazaq:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

$$x^2 + (2x - 1)^2 = 1$$

$$x^2 + 4x^2 - 4x + 1 = 13$$

$$5x^2 - 4x + 1 = 13$$

$$5x^2 - 4x - 12 = 0$$

Bu artıq sadə kvadrat tənlikdir. Vuruqlara ayırma üsulu və ya diskriminantla həll edərək asanlıqla kökləri tapmaq olar.

### ***Toplama üsulu***

Toplama üsulunda, iki tənlikdən hər birinin bir dəyişənini uyğun olaraq toplamaq və ya çıxarmaqla, həmin dəyişəni aradan qaldırmağa çalışırıq. Bu üsul, dəyişənlərdən birini aradan qaldırmaq və digərini tapmaq üçün istifadə olunur. Toplama üsulu üçün daha fərqli bir nümunəyə baxaq. Belə ki, bəzən sistemə daxil olan tənliklər üzərində müəyyən çevirmələr aparmaqla sistemdə verilənləri məlum düsturlara gətirmək mümkündür.

*Nümunə*

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 34 \\ x^2y + xy^2 = 10 \end{cases} \text{ tənliklər sistemindən } xy\text{-i tapın.}$$

Sistemin ikinci tənliyini 3-ə vurub daha sonra tənlikləri uyğun olaraq tərəf-tərəfə toplasaq, müxtəsər vurma düsturu alarıq;

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 34 \\ 3x^2y + 3xy^2 = 30 \end{cases}$$
$$x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 = 64$$

$$(x + y)^3 = 64$$

$$x + y = 4$$

İkinci tənlikdən ortaqları vuraraq çıxarsaq ;

$$3xy(x + y) = 10$$

$$3 \cdot xy \cdot 4 = 10$$

$$xy = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

### ***Bərabərləşdirmə üsulu***

Bu üsulda, hər iki tənlikdən eyni dəyişəni izah edirik və bu izahları bir-birinə bərabərləşdiririk. Bu üsul, hər iki tənlikdən eyni dəyişəni tapıb onları bərabərləşdirmək prinsipinə dayanır. Bu yolla tək dəyişənli tənlik əldə edirik və onu həll edirik.

### ***Diskriminant üsulu***

Diskriminant üsulu, kvadrat tənlikləri həll etmək üçün istifadə olunan bir yanaşmadır. Bu üsulda, kvadrat tənliklərin diskriminantını tapıb, həllin sayı və tipi barədə məlumat əldə edirik (bilirik ki, diskriminant müsbət olduqda, tənlik iki həqiqi kökə sahib olacaq, mənfi olduqda heç bir həll yoxdur, sıfır olduqda isə yeganə həqiqi kökü var). Daha sonra aldığımızı iki ayrı kvadrat tənliyin ortaq kökünü seçib ona uyğun digər dəyişəni tapırıq və cavab kimi qəbul edirik.

### ***Qrafik üsulu***

Qrafik üsulu, tənliklərin qrafiklərini çəkmək və onların kəsişmə nöqtələrini tapmaqla həll etmə üsuludur. Bu üsul, xüsusilə iki

tənlikdən ibarət sistemlər üçün təsirli olur. Qrafikdə tənliklərin kəsişdiyi nöqtələr həllərdir

*Nümunə*

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

Bu sistem, radiusu 5 olan və mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən dairə ilə şaquli oxu olan və başlanğıcda mərkəzləşmiş hiperbolanın kəsişməsini təmsil edir.

### **Ədəbiyyat:**

1. 9-cu sinif riyaziyyat dərsləri
2. E.Tanrıverdiyev, N.Mehdiyev Riyaziyyat-I hissə, Bakı 2024
3. <https://www.mathnirvana.com/az/riyaziyyat-qaydalar-dusturlar/Tenlikler-Tenlikler-sistemi.htm>

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2202B**

**Camalova İzafə İlqar**

[izafe.camalova04@mail.ru](mailto:izafe.camalova04@mail.ru)

**Elmi rəhbər: dos. N. B. Nəsirov**

### **Üçbucaqlara aid bəzi adlı teoremlərin öyrədilməsi texnologiyası.**

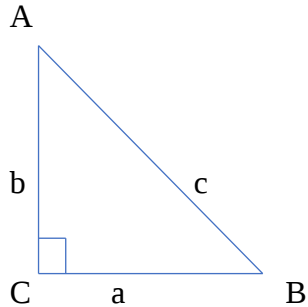
Riyaziyyatın ən qədim və sahələrindən biri olan həndəsə məkan və fiqurların xüsusiyyətlərini öyrənir. Həndəsənin əsas fiqurlarından biri isə üçbucaqdır. Üçbucaq riyazi düşüncənin inkişafında və bir çox teorem və qanunların formalaşmasında

mühüm yer tutur. Bu teoremlər fiqurun bucaqları, tərəfləri və sahəsi arasında olan münasibəti öyrənməyə imkan verir. İndi isə üçbucağa aid bəzi əsas teoremlərə baxaq.

Pifaqor teoremi - düzbucaqlı üçbucaqda hipetonuzun kvadratı katetlərin kvadratlarının cəminə bərabərdir.

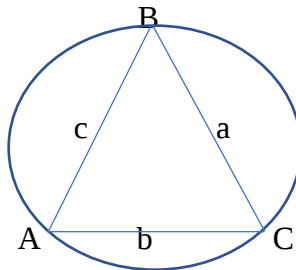
$$c^2 = a^2 + b^2$$

İsbatı: Düzbucaq təpəsindən hündürlük çəkib, düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlıq əlamətinə görə isbat olunur.



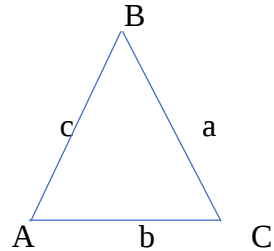
Sinuslar teoremi - üçbucaqda hər bir tərəfin qarşısındakı bucağın sinusuna nisbəti, üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin diametrinə bərabərdir.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



Kosinuslar teoremi - istənilən üçbucaqda bir tərəfin kvadratı digər iki tərəfin kvadratları cəmi ilə bu tərəflə onlar arasındakı bucağın kosinusunun hasilinin fərqi bərabərdir.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - AB \times AC \cos \angle A$$

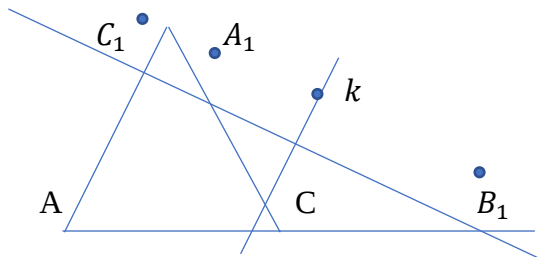


Tangens teoremi - üçbucağın iki tərəfinin fərqi onları cəminə olan nisbəti, bu tərəflərin qarşısındakı uyğun bucaqların fərqi yarısının tangensinin, cəminin yarısının tangensinə olan nisbətinə bərabərdir.

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{tg \frac{A-B}{2}}{tg \frac{A+B}{2}}$$

Meneloy teoremi - tutaq ki, düz xətt  $\triangle ABC$ -ni kəsir. Bu xətt AB tərəfini  $C_1$ , BC tərəfini  $A_1$ , AC tərəfinin uzantısını isə  $B_1$  nöqtəsində kəsir. Onda aşağıdakı bərabərlik doğrudur:

$$\frac{AC_1}{C_1B} \times \frac{BA}{A_1C} \times \frac{CB_1}{B_1A} = 1$$



**Ədəbiyyat siyahısı:**

1. Həsənov A.İ., Riyaziyyat-H.1., Bakı 2006,
2. Həsənov A.İ., Riyaziyyat-H.3., Naxçıvan 2015,
3. Əliyev İ.F., Elementar həndəsə, Bakı 2009,
4. Əliyev İ.F., “Stereometriyadan qurma məsələlərinin həllinə aid metodik göstəriş”, ADPU, Bakı 1994.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2202B**

**Məmmədova Sevinc Əlyəddin**

**[sevindjmmammadova32@mail.ru](mailto:sevindjmmammadova32@mail.ru)**

**Elmi rəhbər: dos. N. B. Nəsirov**

**Bəzi tipli İrrasional tənliklərin həllinin öyrənilməsi  
texnologiyası.**

Tənliklər bölməsinin mühüm istiqamətlərindən biri də İrrasional tənliklərdir. İlk baxışdan abstrak və yalnız nəzəri mövzu kimi görünsə belə irrasional tənliklər həm elm sahəsində, həm də həyatda geniş tətbiq sahəsinə malikdir. Dəyişəni radikal işarəsi altında (və ya kəsr üstlü qüvvətə yüksəldilmiş) olan tənliyə irrasional tənlik deyilir. İrrasional tənliklərin təyin oblastı, kökaltı ifadənin mənalı olması üçün müəyyən şərtlər (məsələn,  $A(x) \geq 0$ ) tətbiq edərək tapılır. Sadə irrasional tənliklərin həlli məlumdur, indi isə bəzi nisbətən mürəkkəb irrasional tənliklərin həll üsullarını şərh edək.

*Vektorların tətbiqi.*

*Misal 1*

$$x\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x^2+1} \quad \text{tənliyini həll edin.}$$

Həlli : Tənliyin təyin oblastını tapaq:

$$\begin{cases} 1+x \geq 0, \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1, \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3.$$

$$\vec{a} = \{x; 1\} \quad \text{və} \quad \vec{b} = \{\sqrt{1+x}; \sqrt{3-x}\}$$

vektorlarını daxil edək. Aşkardır ki, bu vektorların skalyar hasilı tənliyin sol tərəfinə bərabərdir:

Bu vektorların uzunluqlarının hasilini tapaq:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x}.$$

vektorların kollineralıq şərtinə əsasən

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}} = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$$

alınan tənliyi həll edək

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}} = \frac{1}{\sqrt{3-x}} \Leftrightarrow x^2(3-x) = 1+x \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

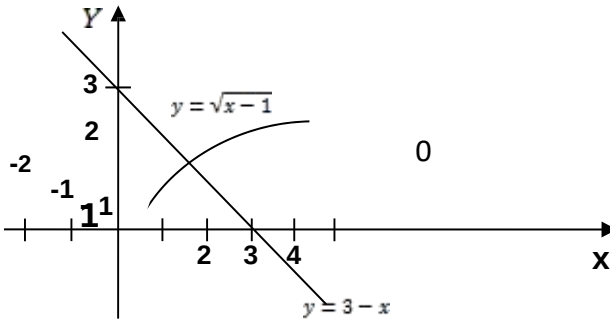
$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0, \\ x^2 - 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ x=1 \pm \sqrt{2}. \end{cases}$$

asanlıqla yoxlamaq olar ki, hər üç kök tənliyin həllidir .

### Qrafik üsulu

Misal 2.  $\sqrt{x-1} = 3-x$  tənliyini qrafik üsulla həll edin.

Həlli.  $y = \sqrt{x-1}$  və  $y = 3-x$  funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat sistemində quraq.



Şəkildən görünür ki,  $y = \sqrt{x-1}$  və  $y = 3-x$  funksiyalarının qrafikləri yalnız bir nöqtədə kəsişir. Bu nöqtənin absisi 2-yə bərabərdir. Deməli verilmiş tənliyin həlli  $x = 2$ -dir.

### Tənliyin təyin oblastının tədqiqi.

Misal  $3\sqrt{x-2} + \sqrt{6-x-x^2} = \sqrt{x^2-4x+8} + x-4$  tənliyini həll edin.

Həlli. Dəyişənin mümkün qiymətləri çoxluğunu  

$$\begin{cases} x-2 \geq 0, \\ 6-x-x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2, \\ x^2+x-6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2, \\ -3 \leq x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$
 tapaq:

Yoxlamaqla əmin ola bilərik ki,  $x = 2$  verilmiş tənliyin həllidir.

*Funksiyanın monotonluğu xassəsindən istifadə.*

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} = 6$$

**Misal 4.** tənliyini həll edin.

Həlli.  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{x+3}$  və  $y = \sqrt{x+8}$  funksiyaları ciddi artan funksiyalardır. Artan funksiyaların cəmi artan funksiya olduğundan verilən tənliyin ən çoxu bir kökü var. Seçmə üsulu ilə yoxlamaqla tapırıq ki, verilən tənliyin həlli  $x = 1$ -dir.

**Ədəbiyyat:**

1. Ağayev, B. A. (1967). *Riyaziyyat məsələləri*.
2. Adıgözəlov, A. S. (2001). *Riyaziyyatın tədrisinin xüsusi metodikası*. ADPU.
3. Kolyagin, Yu. M. (1977). *Metodika prepodavaniya matematiki v sredney shkole. Tsastnyye metodiki*.
4. Quliyev, Ə. A. (2008). *Planimetriyanın məsələ vasitəsilə təkrarı*.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2202B**

**Rəfixanova Aynurə Əmir**

[aynurarafixanova9@gmail.com](mailto:aynurarafixanova9@gmail.com)

**Elmi rəhbər: dos. N. B. Nəsirov**

**Üçbucaqlara aid bəzi məsələlərin həlli**

Riyaziyyatın fundamental sahələrindən biri olan həndəsə , müxtəlif fiqurların xüsusiyyətlərini və qarşılıqlı əlaqəni öyrənir. Həndəsənin əsas elementlərindən biri isə üçbucaq fiqurudur. Üçbucaqlar sadə quruluşlu fiqurlar kimi görünə də , riyaziyyat və onun tətbiq sahələrində olduqca mühüm yerə malikdir.İndi isə gəlin üçbucaqlar haqqında bəzi məsələlərlə tanış olaq.

**Məsələ 1:** Üçbucağın hündürlüklərindən biri 2(uzunluq vahidi),digəri 3 (uzunluq vahidi )olarsa ,üçüncü hündürlüyün ala biləcəyi ən böyük tam qiymətini tapın .

Həlli :

$$\left| \frac{h_1 h_2}{h_2 + h_1} \right| < h_3 < \left| \frac{h_1 h_2}{h_2 - h_1} \right|$$

bərabərsizliyində verilənləri nəzərə alsaq

$$\left| \frac{2 \times 3}{3 + 2} \right| < h_3 < \left| \frac{2 \times 3}{3 - 2} \right|$$

$$\frac{6}{5} < h_3 < 6$$

Bu bərabərsizliyi ödəyən ən böyük tam həll 5-ə bərabərdir .

**Cavab :**  $h_3=5$

**Məsələ 2:**ABC üçbucağın AB tərəfi üzərindəki D nöqtəsi bu tərəfi BD:AD=2:1 nisbətində bölür ,AE medianı isə CD parçası ilə O nöqtəsində kəşirir. $S_{\Delta AOD}=20 \text{ sm}^2$  olarsa ,  $S_{\Delta ABC}$  –ni tapın.

Həlli :

$$\frac{20sm^2}{S_{\Delta DOB}} = \frac{x}{2x} \quad S_{\Delta DOB} = 40sm^2$$

$$20sm^2 + 40sm^2 + S_1 = S_1 + S_{\Delta AOC}$$

$$S_{\Delta AOC} = 60 sm^2$$

$$\frac{80 sm^2}{40 sm^2 + 2S_1} = \frac{x}{2x} \quad S_1 = 60 sm^2$$

$$S_{\Delta AOC} = 60 sm^2 + 60 sm^2 + 60 sm^2 + 40 sm^2 + 20 sm^2 = 240 sm^2$$

**Məsələ 3:** Bərabərtərəfli üçbucağın medianları cəmi 36 sm-dir. Medianların kəsişmə nöqtəsindən hər hansı bir tərəp nöqtəsinə qədər məsafə neçə sm-dir?

Həlli:  $PQ = QD = PD$  olduğundan  $h = m = l$

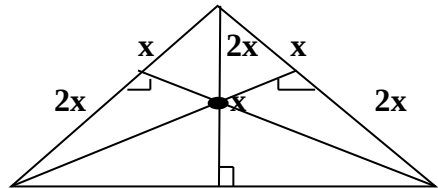
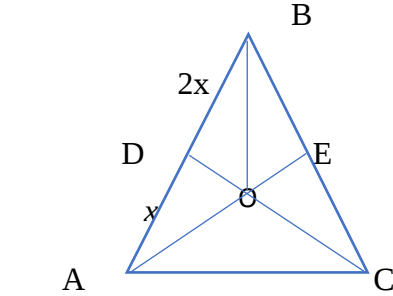
$$3m = 36sm$$

$$m = 12sm$$

$$m = 2x + x = 12sm$$

$$3x = 12sm$$

$$x = 4sm$$

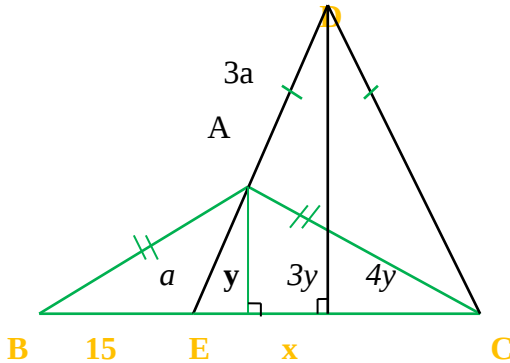


**Məsələ 4:** ABC və CDE üçbucaqlardır.  $AB = AC$ ,  $DE = DC$ ,  $DA = 3AE$  və  $BE = 15$  olarsa,  $CE = ?$

Həlli :  $15 + y = 7y$

$$y = 2.5$$

$$EC = 8 \times 2.5 = 20$$



### Ədəbiyyat:

- 1.Azərbaycan Respublikasının ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat fənni üzrə təhsil proqramı (kurikulum) I -XI siniflər B.2013
- 2.Ağayev B.A., Riyaziyyatın tədrisi metodikası ,B.,Azərənşr,1961.
- 3.Adıgözəlov A.S.,Məktəb riyaziyyat təliminin nəzəri ,B.,ADPU 2018

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM2202B

Əmirli Zəhra Nazim

[zehraemirli15@gmail.com](mailto:zehraemirli15@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. N. B. Nəsirov

**Mətnli məsələlər və onların həllinin öyrədilməsi  
texnologiyası**

Mətnli məsələlər nisbətən şagirdlərin çətinlik çəkdiyi sahələrdən biridir. Təcrübə göstərir ki, məktəbdə şagirdlər mətnli məsələlərin həllində müxtəlif çətinliklərlə qarşılaşırlar. Burada məsələnin həlli metodikası onnan ibarətdir ki, məsələnin şərtində nə soruşulursa onu müəyyən bir dəyişənlə əvəz edirik, sonra məsələnin şərtində verilənlərə uyğun mətni oxuyub və axtarılanın məchulla ifadə olunduğunu nəzərə alaraq tənliyi almaq olar.

İndi isə bir neçə mətnli məsələlər və onların həllinə baxaq.

**MƏSƏLƏ 1.** Kater çayın axınına qarşı 120 km yolu 6 saata getdi. Çayın sürəti 5 km / saat olarsa, o bu yolu çayın axını ilə neçə saata gedər?

**HƏLLİ:**  $v_a$  ilə katerin çayın axını istiqamətində sürətini,  $v_{a/q}$  ilə katerin çayın axınına qarşı olan sürətini,  $v_\ç$  ilə çayın axma sürətini və  $v_k$ -la isə katerin sürətini işarə edək. Katerin çayın axınına qarşı getdiyi yolla zaman verildiyinə görə biz katerin axına qarşı olan sürətini tapa bilərik.

Yəni  $v_{a/q}$  taparkən katerin axına qarşı getdiyi yolu zamana bölərik.  $v_k$ -nı isə hər hansı  $x$  dəyişəni ilə işarə edək.

İndi isə məsələnin həllinə baxaq:

|                                                 |                                                               |                                                       |
|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 1. $v_{a/q}: 120/6=20$<br>$v_\ç: 5$<br>$v_k: x$ | 2. $v_{a/q} = v_k - v_\ç = x - 5$<br>$x - 5 = 20$<br>$x = 25$ | 3. $v_a = v_k + v_\ç$<br>$v_a = 25 + 5$<br>$v_a = 30$ |
|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|

Deməli biz  $v_{a/q}=20$  km/saat,  $v_a=30$  km/saat və  $v_k=25$  km/saat olduğunu aldığımız. Biz 120 km yolu axın istiqaməti ilə 30 km/ saat sürətlə getdiyini bilərək, katerin bu yolu neçə saata getdiyini tapa bilərik:

$$t = 120/30 = 4 \text{ saat}$$

Cavab: Kater bu yolu çayın axını ilə 4 saata gedər.

**MƏSƏLƏ 2.** 4 ton 75% -li spirtə neçə ton su əlavə etmək lazımdır ki 60% -li spirt məhlulu alınsın?

**HƏLLİ:** Ümumiyyətlə məhlul məsələlərini həll edərkən aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$\frac{\text{maddə}}{\text{maddə} + \text{su}} \times 100\%$$

Əgər məsələdə su əlavə et deyirsə yalnız məxrəcə əlavə etməliyik, maddə əlavə et deyirsə həm surətə, həm də məxrəcə əlavə etmək lazımdır. Bu məsələdə də su əlavə et dediyinə görə yalnız məxrəcə əlavə edəcəyik. Əlavə olunacaq suyun miqdarını  $x$  ilə işarə edək. Bu zaman düstur bu şəkildə olacaq:

$$\frac{\text{maddə}}{\text{maddə} + \text{su} + x} \times 100\%$$

$$\text{İndi isə 4 tonun nə qədəri spirtə onu tapaq:} \quad 4 \times \frac{75}{100} = 3$$

Deməli düstur bu şəkildə düşür:

$$\frac{3}{4+x} \times 100\% = 60\%$$

$$300 = 60 \times (4+x)$$

$$5 = 4+x$$

$$x=1$$

Cavab: Deməli məhlula 1 ton su əlavə etmək lazımdır.

**MƏSƏLƏ 3.** Sürətləri eyni olan iki avtomobil eyni istiqamətdə biri 6 saat, o biri isə 3 saat yolda olmuşdur. İkinci avtomobil birincidən 72 km az yol getmişsə, bu avtomobillərin sürətini tapın.

**HƏLLİ:**

I. 6 saat (üm. yol) 72 km

II. 3 saat

Deməli I avtomobil 3saat çox yolda olub və bu 3 saatda 72 km yol gedib. Sürətləri eyni olduğuna görə bu avtomobillərin sürətini tapaq:

$$v_a = \frac{\text{ümumi yol}}{\text{ümumi zaman}}$$

Onda,  $v_a = \frac{72}{3} = 24 \text{ km/saat}$

Cavab: Deməli avtomobillərin sürəti saatda 24 km/saat-dır.

**MƏSƏLƏ 4.** A məntəqəsindən eyni zamanda əks istiqamətdə minik və yük avtomobilləri yola düşdü. Minik avtomobili 70 km/saat sürətlə 4 saat, yük avtomobili isə 90 km/saat sürətlə 5 saat yolda olduğdan sonra aralarındakı məsafə neçə km oldu?

**HƏLLİ:**      yük                      A                      minik

$$v_y = 90 \text{ km/saat} \qquad v_m = 70 \text{ km/saat}$$

$$t_y = 5 \text{ saat} \qquad t_m = 4 \text{ saat}$$

Sürətlər və zamanlar fərqli olduğu üçün biz ayrı-ayrı yolları tapıb cəmlilərək yük və minik avtomobilləri arasındakı məsafəni tapa bilərik. İndi isə bu məsafələri tapaq:

$$S_y = v_y \times t_y = 90 \times 5 = 450 \text{ km}$$

$$S_m = v_m \times t_m = 70 \times 4 = 280 \text{ km}$$

$$S_{\text{üm}} = 450 + 280 = 730 \text{ km}$$

Cavab: Yük və minik avtomobilləri arasındakı məsafə 730 km-dir.

**Ədəbiyyat:**

1.Əliyeva R.Q. “Riyaziyyatdan mətnli məsələlər və onların həlli üsulları”

2.Əlizadə Ə.Ə. “Riyaziyyatın tədrisində mətnli məsələlərin rolu”

3.Quliyev R.A. “Orta məktəb riyaziyyatında mətnli məsələlərin həllinə metodik yanaşma”

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM2201B

Qasımova Əsmər Şahin

[asmarsani2022@gmail.com](mailto:asmarsani2022@gmail.com)

Elmi rəhbər: dos. N. B. Nəsirov

### Vektorların məsələlər həllinə tətbiqinin öyrədilməsi texnologiyası

İki nöqtə ilə həddəlanmış düz xətt hissəsinə **parça** deyilir. İki parça ancaq o vaxt bir-birinə bərabər hesab olunur ki, onları üst-üstə qoyanda bir-birini örtünlər.

Buradan görünür ki, iki parçanın müqayisəsində ancaq onların uzunluqları nəzərə alınır.

Bir çox məsələlərdə parçanın ancaq uzunluğunu yox, onun istiqamətini də nəzərə almaq lazım gəlir.

*Müəyyən nizamlı verilmiş iki nöqtəyə həndəsədə **istiqamətlənmiş parça** yaxud **vektor** deyilir.*

Verilmiş iki nöqtənin birincisi A, ikincisi B olarsa, həmin vektor  $\overrightarrow{AB}$  şəklində yazılır. Yazılışda olduğu kimi A onun birinci (başlangıç), B isə sonuncu nöqtəsi adlanır.

A və B nöqtələri üst-üstə düşərsə, ona **sıfır parça** yaxud **sıfır vektor** deyilir. Məsələn,  $\overrightarrow{AA}$  sıfır vektordur.  $\overrightarrow{AB}$  vektorunun istiqaməti A nöqtəsindən B nöqtəsinə doğru hesab olunur. Sıfır vektorun istiqaməti isə müəyyən deyil. A nöqtəsinə  $\overrightarrow{AB}$  vektorunun *tətbiq nöqtəsi* də deyilir.

$\overrightarrow{AB}$  vektorunun uzunluğu dedikdə ona uyğun olan adi AB parçasının uzunluğu başa düşülür.  $\overrightarrow{AB}$  vektorunun uzunluğu  $|\overrightarrow{AB}|$  şəklində yazılır.

İki nöqtə (və ya vektor) arasındakı məsafəni (vektorun uzunluğunu) tapmaq üçün aşağıdakı  $\overrightarrow{AB}$  vektorunun uzunluğu düsturu istifadə olunur:

Əgər  $A(x_1, y_1)$  və  $B(x_2, y_2)$  nöqtələridirsə, onda  $\overrightarrow{AB}$  vektorunun uzunluğu belə hesablanır:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Əgər vektor 3 ölçülü fəzadadırsa və  $A(x_1, y_1, z_1)$  və  $B(x_2, y_2, z_2)$  nöqtələridirsə, onda:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Bu düstur vektorun başlanğıc və son nöqtələri arasındakı məsafəni tapmağa kömək edir.

Düz xətt üzərində yerləşən iki  $\overrightarrow{AB}$  və  $\overrightarrow{CD}$  vektorlarının istiqamətləri eyni və uzunluqları bərabər olarsa,  $\overrightarrow{AB}$  və  $\overrightarrow{CD}$  vektorlarına **bərabər vektorlar** deyilir.

$\overrightarrow{AB}$  və  $\overrightarrow{CD}$  vektorlarının nisbəti elə  $\lambda$  ədədi olar ki, onun modulu AB və CD parçalarının uzunluqları nisbətinə, işarəsi isə  $\overrightarrow{AB}$  və  $\overrightarrow{CD}$  eyni istiqamətli olduqda müsbət, əks istiqamətli olduqda mənfi olar. İki bərabər vektorun nisbəti *vahidə* bərabərdir.

İki  $\overrightarrow{AB}$  və  $\overrightarrow{CD}$  vektorlarının nisbəti (-1) olarsa, belə iki vektor **qarşılıqlı əks vektorlar** adlanır. Başqa sözlə: Uzunluqları eyni, istiqamətləri əks olan iki vektora qarşılıqlı əks vektorlar deyilir.

Əgər  $\overrightarrow{AB}$  vektorunun  $\overrightarrow{CD}$  vektoruna nisbəti  $\lambda$  ədədidirsə,

$$\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}} = \lambda \quad \text{yaxud} \quad \overrightarrow{AB} = \lambda \cdot \overrightarrow{CD}$$

şəklində yazılır. Ona görə də verilmiş  $\overrightarrow{CD}$  vektoruna nisbəti  $\lambda$  ədədi olan  $\overrightarrow{AB}$  vektorunu təyin etmək  $\overrightarrow{CD}$  vektorunun  $\lambda$  *ədədinə hasili* adlanır.  $\lambda > 0$  olduqda  $\overrightarrow{AB}$  vektoru  $\overrightarrow{CD}$  ilə **eyni istiqamətli**,  $\lambda < 0$  olduqda isə **əks istiqamətli** olar. Əgər  $\lambda = 0$  olarsa,  $\lambda \overrightarrow{CD} = 0$  olar.

### **Düz xətt üzərində vektorların toplanılması.**

Fərz edək ki, düz xətt üzərində bizə iki  $\overrightarrow{AB}$  və  $\overrightarrow{BC}$  vektorları verilir. Bunlar belə verilmişdir ki, birinci vektorun sonu ikinci vektorun başlanğıcıdır. Bu halda  $\overrightarrow{AC}$  vektoru  $\overrightarrow{AB}$  və  $\overrightarrow{CD}$  vektorlarının *cəmi* adlanır:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

**Məsələ:** A(2;3), B(7;6) nöqtələri verilmişdir.  $\overrightarrow{AB}$  vektorunun uzunluğunu tapın.

**Həlli:** 1.  $\overrightarrow{AB}$  vektorunun tapılması:

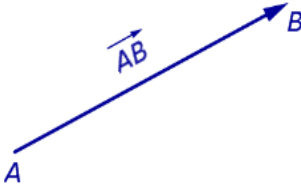
$$\overrightarrow{AB} = B - A = (7 - 2; 6 - 3) = (5; 3)$$

2.  $\overrightarrow{AB}$  vektorunun uzunluğu:

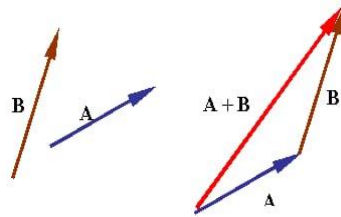
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$$

**Cavab:**  $\sqrt{34}$

**Vektorların şəkilləri:**



**Şəkil.1- Vektor**



**Şəkil.2 – Vektorların toplanması**

**Ədəbiyyat:**

1. Əliyev F.X., Rzayev H.M. – Xətti cəbr və analitik həndəsə, Bakı: ADNA, 2008.
2. Kərimov S.S. – Ali riyaziyyat, I və II hissə, Bakı: Maarif, 2004.
3. Hüseynov M.Ə. – Riyaziyyat və onun tətbiqləri, Bakı: Təhsil, 2006.
4. Məmmədov Ə.M. – Analitik həndəsə və vektorlar, Bakı: 2011.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2201B**

**İbadova Vəfa Vüqar**

**[vfaibadova@gmail.com](mailto:vfaibadova@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. N. B. Nəsirov**

**Bəzi yüksək dərəcəli bərabərsizliklərin həllinin öyrədilməsi**

Yüksəkdərəcəli bərabərsizliklər dedikdə, ikinci və daha yüksək dərəcəli polinomların daxil olduğu bərabərsizliklər başa düşülür.

**Tərif 1:**  $a, b$  və  $c$  ( $a \neq 0$ ) ədədləri verildikdə

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c > 0 ; \quad ax^2 + bx + c \geq 0 ; \\ ax^2 + bx + c < 0 ; \quad ax^2 + bx + c \leq 0 \end{aligned}$$

şəklində bərabərsizliklərə kvadrat bərabərsizliklər deyilir.

**Tərif 2:** Dəyişənə nəzərən bərabərsizliyin sol və sağ tərəfi tam-rasional ifadələr olarsa, belə bərabərsizlik tam rasional bərabərsizlik adlanır və ya  $f(x) < g(x) (>, \leq, \geq)$  bərabərsizliyin də  $f(x)$  və  $g(x)$  funksiyaları tam rasional funksiyalar olarsa, verilən bərabərsizlik tam rasional bərabərsizlik adlanır.

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} \pm a_2x^{n-2} \pm \dots \pm a_nx \pm b < 0 (>, \leq, \geq)$$

şəklində bərabərsizliklər tam rasional bərabərsizliklərdir.

**Tərif 3:** Dəyişənə nəzərən bərabərsizliyin sol və sağ tərəfi kəsr rasional funksiyalar olarsa, belə bərabərsizlik kəsr rasional bərabərsizlik adlanır və ya  $f(x) < g(x) (>, \leq, \geq)$  bərabərsizliyində  $f(x)$  və  $g(x)$  funksiyaları heç olmasa biri kəsr rasional funksiya olarsa, belə bərabərsizlik kəsr rasional bərabərsizlik adlanır.

Kəsr rasional bərabərsizliyi  $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0 (>, \geq, \leq)$  şəklində yazmaq olar. Yuxarıdakı tip bərabərsizliklər intervallar üsulu ilə həll olunur.

**Teorem 1:** Əgər  $y = f(x)$  funksiyası  $(a; b)$  aralığında kəsilməzdirsə və sıfıra çevrilmirsə, onda bu aralığın istənilən daxili nöqtəsində  $f(x)$ -in işarəsi dəyişmir.

Teoremdən aydın olur ki, iki dərəcəli və yüksək dərəcəli bərabərsizlikləri həll edərkən əvvəlcə verilən ifadənin və ya funksiyanın sıfırları tapılmalıdır. Funksiyanın sıfırları onun oblastını bir neçə aralığa bölür. Yuxarıdakı teoremə görə bu aralıqların hər birində funksiyanın işarəsi dəyişmir. Ona görə də bu aralıqların hər birindən 2 sınaq nöqtəsi götürüb, funksiyanın

işarəsini təyin etmək lazımdır. Dediklərimizi misal üzərində əsaslandıraraq.

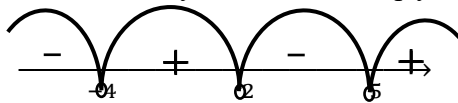
**Misal:**  $3(x - 2) \cdot (x + 4) \cdot (x - 5) > 0$  həll edin.

**Həlli:** Əvvəlcə  $f(x) = 3 \cdot (x - 2) \cdot (x + 4) \cdot (x - 5)$  qəbul edək və  $f(x)$ -in sıfırlarını tapaq:

$$3 \cdot (x - 2) \cdot (x + 4) \cdot (x - 5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ x + 4 = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \\ x = 5 \end{cases}$$

Ədəd oxu üzərində funksiyanın sıfırlarını qeyd edək:



Şəkil 1.

Şəkildən göründüyü kimi  $f(x)$ -in sıfırları, yəni  $(-4); 2; 5$  ədədləri ədəd oxunu  $(-\infty; -4)$ ,  $(-4; 2)$ ,  $(2; 5)$ ,  $(5; +\infty)$  aralıklarına bölür. Hər aralıqdan bir sınaq nöqtəsi götürüb, uyğun aralıqda  $f(x)$ -in işarəsini təyin edək:

Əvvəlcə qeyd edək ki, aralıqlarda işarəni təyin etmək üçün sağdan sola hərəkət edəcəyik.

1)  $x = 6, 6 \in (5; +\infty)$ ,

$$f(6) = 3 \cdot (6 - 2) \cdot (6 + 4) \cdot (6 - 5), f(6) > 0;$$

2)  $x = 3, 3 \in (2; 5)$ ;

$$f(3) = 3 \cdot (3 - 2) \cdot (3 + 4) \cdot (3 - 5), f(3) < 0;$$

3)  $x = 0, 0 \in (-4; 2)$ ;

$$f(0) = 3 \cdot (0 - 2) \cdot (0 + 4) \cdot (0 - 5), f(0) > 0;$$

4)  $x = -5, (-5) \in (-\infty; -4)$ ;

$$f(-5) = 3 \cdot (-5 - 2) \cdot (-5 + 4) \cdot (-5 - 5) < 0,$$

$$f(-5) < 0;$$

Beləliklə,  $f(x)$ -funksiyasının tapılan aralıqların hər birində işarəsini qeyd etdik (şəkil 1).

Şərtə görə  $f(x)$ -in, yəni  $3 \cdot (x - 1) \cdot (x + 4) \cdot (x - 5)$  ifadəsinin müsbət qiyməti tələb olunduğundan, cavab olaraq müsbət işarəli aralıqların birləşməsi götürüləcək.

**Cavab:**  $(-\infty; -4) \cup (2; 5)$

### **Ədəbiyyat:**

1. Ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat proqramı (Kurikulum), Bakı-2013.
2. R.Məmmədov, Riyaziyyat (1-ci hissə), Bakı-1981.
3. Həsənov İlyas, Bərabərsizliklər (Həll və isbat üsulları), Bakı-2016.
4. Əlif Məmmədov, Elementar riyaziyyat, Bakı-2012.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2201B**

**Əsrəfova Gülay Əflatun**

[gulaysrfova@gmail.com](mailto:gulaysrfova@gmail.com)

**Elmi rəhbər: dos. N. B. Nəsirov**

### **Plan:**

- 1. Fəza fiqurlarının kombinasiyası**
- 2. Fəza fiqurlarının kombinasiyalarına aid məsələ həlli nümunələri**

- 1. Fəza fiqurlarının kombinasiyası**

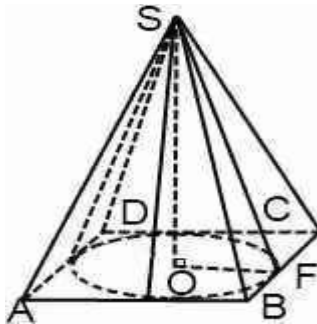
Fəza fiqurlarının kombinasiyası dedikdə, iki və ya daha çox fəza fiqurlarının birləşərək yeni bir fiqur əmələ gətirməsi başa düşülür. Bu cür fiqurlar silindr, konus, prizma, kürə və piramida kimi fiqurların müxtəlif formalarda birləşməsi ilə yaranır. Bu cür birləşmələrə fəza fiqurlarının bir-birinin daxilində yerləşməsi də aiddir. Kombinasiya olunmuş fiqurların həcmi və səthi ayrıca hissələrin cəmi kimi hesablanır. Məsələn həllində çoxüzlülərin və fırlanma cisimlərinin həcmi düsturlarından və həmin düsturlardan çıxan digər düsturlardan istifadə olunur. Belə kombinasiyalar gündəlik həyatda, memarlıqda və texniki sahələrdə geniş istifadə olunur. Bu üsul, mürəkkəb fiqurları daha sadə elementlərə bölərək təhlil etməyə kömək edir.

Bəzi fəza fiqurlarının kombinasiyalarına aid məsələ nümunələrini nəzərdən keçirək:

## **2. Fəza fiqurlarının kombinasiyalarına aid məsələ həli nümunələri**

**Məsələ 1:** Piramidanın oturacağı, tərəfi 6 sm olan kvadrattır. Piramidanın daxilində doğuranı 5 sm olan konus çəkilmişdir. Konusun həcmi tapın.

**Həlli:**



$AB=CD=AD=CB=a=6\text{sm}$  kvadratın tərəfləridir buradan  $OF=r=3\text{sm}$  olar.

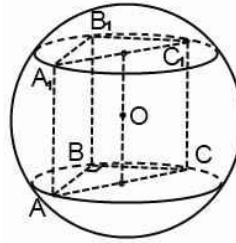
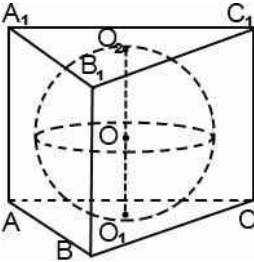
$SF=5\text{sm}$  və  $SFO$  düzbucaqlı üçbucaq olduğundan.

Pifaqor teoreminə görə alarıq ki,  $SO=h=\sqrt{5^2 - 3^2}=4\text{sm}$ .

$$V(\text{konus})=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi 3^2 5=\underline{15\pi}$$

**Məsələ 2:** Sfera xaricinə çəkilmiş düz prizmanın oturacağı katetləri  $3\text{sm}$  və  $4\text{sm}$  olan düzbucaqlı üçbucaqdır. Bu prizmanın xaricinə çəkilməmiş sferanın sferanın səthinin sahəsini tapın

**Həlli:**



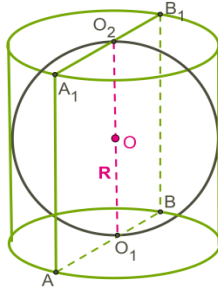
$AB=A_1B_1=3\text{sm}$   $BC=B_1C_1=4\text{sm}$  buradan Pifaqor teoreminə görə  $AC=A_1C_1=5\text{sm}$ . Prizmanın daxilinə çəkilmiş sferanın radiusu oturacaqda üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrə ilə eyni olduğundan düstura görə  $r=\frac{a+b-c}{2}=\frac{3+4-5}{2}=1\text{sm}$  olar. Xaricə çəkilmiş sferanın radiusu isə  $ACA_1C_1$  dördbucaqlısının diaqonalının yarısına bərabərdir

$$R=\frac{AC_1}{2}=\frac{\sqrt{2^2+5^2}}{2}=\frac{\sqrt{29}}{2}$$

$$S_{\text{səth}}=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{\sqrt{29}}{2}\right)^2=4\pi\frac{29}{4}=\underline{29\pi}$$

**Məsələ 3:** Ox kəsiyi kvadrat olan slindrin daxilinə səthinin sahəsi  $20\text{ sm}$  olan sfera çəkilmişdir. Bu slindrin yan səthinin sahəsini tapın.

**Həlli:**  $S_{(sfera)}=20$  sm verilmişdir buradan düstura əsasən  $4\pi r^2=20$ sm olar onda  $\pi r^2=5$ sm alarıq.  $S_{yan(slindr)}=2\pi r \cdot 2r=4\pi r^2=\underline{\underline{20sm}}$



### Ədəbiyyat:

- 1) A.S.Adıgözəlov, T.M.Əliyeva, A.I.Quliyev, M.T.Rzayev, Z.Ş.Qardaşova - Elementar-həndəsə;
- 2) S.İsmayılov, A.Abdullayev – Riyaziyyat (Abitruyent və müəllimlər üçün vəsait);
- 3) İnternet resursları.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RİN 2304B**

**Camalova Günay Süleyman**

**[gunay.camalova.2006@gmail.com](mailto:gunay.camalova.2006@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. N. B. Nəsirov**

### Parametr daxil olan xətti və kvadrat tənliyin həlli

Məlumdur ki, məsələ riyaziyyat təlimində əsas didaktik vəsaitlərdən biridir. Şagird I sinifdən XI sinifə qədər on minlərlə məsələ həlli ilə qarşılaşıb. Ümumiyyətlə riyaziyyat məsələlər

vasitəsi ilə öyrədilir desək səhv etmərik. Sadə bir riyazi hesablama riyaziyyatda məsələ hesab edilir.

Məsələlər xarakterinə görə müxtəlif növlərə ayrılır. Məzmununa görə və tələbə uyğun olaraq hesablama, isbat, qurma və.s məsələlər mövcuddur. Son on illiklərdə məktəb riyaziyyat kurikulumunun və dərslərlərin dəyişilməsi ilə əlaqədar olaraq məsələlərdə də müəyyən dəyişikliklər mövcuddur.

Belə ki, məktəb riyaziyyat dərslərlərinə, habelə ali məktəblərə tələbə qəbulu ilə əlaqədar çap olunmuş didaktik vəsaitlərdə parametrlə daxil olan məsələlərə daha tez-tez rast gəlmək olur.

Müşahidələr göstərir ki, parametrlə məsələlər həllində şagirdlər və abituriyentlər müxtəlif çətinliklərlə qarşılaşırlar. Odur ki, parametrlə haqqında və parametrlə daxil olan məsələlər haqqında şagirdlərə geniş məlumat verilməsi məqsəddə uyğundur.

Aşağıdakı misalların həllinə baxaq:

**Misal 1.**  $a$ -nın hansı qiymətində  $a^2x - a(3x+2) = -6$  tənliyinin həlli yoxdur?

Həlli:  $a^2x - a(3x+2) = -6$  tənliyində mütərizəni açıb oxşar hədləri islah etdikdən sonra  $(a-3)ax = 2(a-3)$  tənliyini alırıq. Buradan alınır ki,  $a=0$  olduqda tənliyin həlli yoxdur. Ancaq  $a=3$  olarsa tənliyin sonsuz sayda həlli olur. Odur ki, yalnız  $a=0$  olduqda tənliyin həlli yoxdur.

**Misal 2.**  $a$ -nın hansı qiymətində  $a^2x - ax + 5 = a(ax-15) - 4a$  tənliyinin həlli yoxdur?

Həlli: Məlumdur ki,  $a$  parametrlə,  $f(x)$  xətti funksiya olarsa  $a \cdot f(x) = b$ ,  $b \neq 0$  və  $a=0$  olduqda tənliyin həlli yoxdur. Odur ki, yuxarıdakı tənliyi aşağıdakı kimi çevirək:

$$\begin{aligned} \text{Onda } a^2x - ax + 5 &= a^2x - 15a - 4a \\ a^2x - a^2x - ax + 19a &= -5 \end{aligned}$$

$$19a - ax = -5$$

$$a \cdot x = 19a + 5$$

$a=0$  olarsa, tənliyin həlli yoxdur.

Kvadrat tənliklərin həllində parametr 1-ci əmsalda, 2-ci əmsalda və sərbəst həddə verilə bilər.

Parametrin verilməsindən asılı olaraq aşağıdakı suallara cavab tələb oluna bilər.

1. Parametrin hansı qiymətində tənliyin 2 müxtəlif həqiqi həlli var?

2. Parametrin hansı qiymətində tənliyin 2 bərabər kökü var?

3. Parametrin hansı qiymətində tənliyin həqiqi həlli yoxdur?

4. Parametrinin hansı qiymətində tənliyin verilən aralığa düşən neçə həlli vardır?

Misal .  $ax^2 - (a-2)x + a = 0$ , a parametrinin hansı qiymətində tənliyin 2 bərabər kökü var ?

Həlli: Tənlikdə I əmsal a parametri olduğundan  $a=0$  olduqda tənliyin 1 kökü vardır və  $D=0$  olarsa tənliyin 2 bərabər kökü var.

Yəni,  $D=(a-2)^2 - 4a^2$

$$(a-2)^2 - 4a^2 = 0$$

$$(a-2-2a)(a-2+2a) = 0$$

$$(-a-2)(3a-2) = 0$$

$$a = -2, a = \frac{2}{3}$$

Deməli, a parametrinin -2 və  $\frac{2}{3}$  qiymətində iki bərabər kökü var.

**Ədəbiyyat:**

1. Azərbaycan Respublikasının Ümumtəhsil məktəbləri üzrə təhsil proqramı. (Kurikulumu) I-XI siniflər. Bakı 2013.

2. Qəhrəmanova N. və başqaları, Riyaziyyat 10-cu siniflər üzrə dərslik, Şərq-Qərb Bakı 2017

3. Nəsirov N.B. Dərəcəsi ikidən yüksək olmayan parametrlı tənlik və bərabərsizliklərin həlli, Şagirdlərin tədqiqatçılıq qabiliyyətinin inkişaf etdirilməsinin əsas amili kimi. ADPU. Xəbərlər 2012.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: Rzm-2304 B**

**İbrahimli Nəzrin Tahir**

[nezrinibrahim5@gmail.com](mailto:nezrinibrahim5@gmail.com).

**Elmi rəhbər: b/m C. N. Abdullayeva**

### **Düzgün çoxüzlülər və Eyler teoremi**

**Tərif:** Bütün üzləri bir-birinə konqruyent olan düzgün çoxbucaqlı və bütün bucaqları konqruyent olan çoxüzlüyə düzgün çoxüzlü deyilir.

**Teorem:** Ancaq beş növ düzgün çoxüzlü var.

**İsbatı:** Tutaq ki, bir tərəfdən çıxan tillərin sayı  $n$ -dir. Onda məlumdur ki, həmin tərəfdə olan müstəvi bucaqların sayı da  $n$  ədəd olacaqdır. Bu müstəvi bucaqlar şərtə görə konqruyentdirlər. Müstəvi bucaqlarının birini  $x$  -ilə işarə etsək, onda həmin tərəfdə olan bucaqların cəmi  $nx$ -ə bərabər olar. Digər tərəfdən məlumdur ki, çoxüzlü bucaqda müstəvi bucaqların qiymətləri cəmi  $360^\circ$ -dən kiçikdir. Deməli

$$nx < 360^\circ$$

Çoxüzlü bucaqda ən azı üç til ola bilər. Aşağıdakı hallara baxaq:

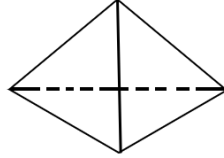
1. Düzgün çoxüzlünün üzləri düzgün üçbucaqlardır.

$$x = 60^\circ$$

Onda,

$$n \cdot 60^\circ < 360^\circ \quad (1)$$

olmalıdır.



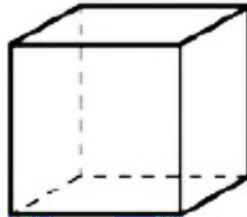
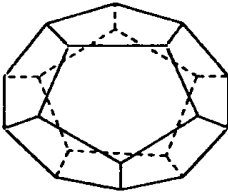
- (1) Bərabərsizliyini  $n = 3, 4, 5$  natural həlləri məsələnin şərtini ödəyir. Ona görə düzgün üçbucağın bucaqlarına konqruent olan müstəvi bucaqlardan ancaq üç növ qabarıq çoxüzlü əmələ gələ bilər. Düzgün çoxüzlünün üzləri düzgün üçbucaqlar olarsa, çoxüzlünün təpəsində ya 3 til, ya 4 til, ya da ki, 5 til birləşə bilər.

2. Düzgün çoxüzlünün üzləri dördbucaqlıdır. Onda

$$x = 90^\circ, n \cdot 90^\circ < 360^\circ$$

bərabərsizliyinin məsələnin şərtini ödəyən həlli  $n = 3$ -dür.

Alırıq ki, çoxüzlünün üzləri kvadrat olduqda, onların hər təpəsində 3 til birləşə bilər. Bu halda yalnız bir düzgün çoxüzlü vardır. Bu çoxüzlüyə kub deyilir.



3. Düzgün çoxüzlünün üzləri düzgün beşbucaqlıdır. Bu halda,

$$x = 108^\circ, n \cdot 108^\circ < 360^\circ$$

bərabərsizliyinin tələb olunan həlli  $n = 3$  -dür. Deməli, düzgün çoxüzlünün üzləri beşbucaqlı olduqda, bir təpədə yalnız 3 til birləşə bilər. Beləliklə, yalnız 5 növ düzgün çoxüzlü vardır.

**Teorem:** Çoxüzlünün təpə nöqtələri ilə üzləri sayı cəmi tillərin sayından iki vahid çoxdur.

$$N + U = T + 2 \quad (2)$$

**İsbatı:** Bilirik ki, hər bir çoxüzlüyə ortaq təpəli piramidaların birləşməsi kimi baxmaq olar. Ona görə teoremi piramida üçün isbat edək. Riyazi induksiya metodunu tətbiq edin. Teoremin doğruluğunu dördüzlü və beşüzlü üçün yoxlayaq.

Dördüzlüdə  $N = 4, U = 4, T = 6$  olduğundan  $N + U - T = 2$ ,  $4 + 4 - 6 = 2$  olar.

Beşüzlüdə  $N = 5, U = 5, T = 8$  olduğundan  $N + U - T = 2$ ,  $5 + 5 - 8 = 2$  olar.

Tutaq ki, teorem  $n$  üzlü üçün doğrudur. İsbat edək ki,  $n + 1$  üzlü üçün də doğrudur.  $n$  üzlüdən  $n + 1$  üzlüyə keçmək üçün  $n$  üzlü piramidanı təpədən müəyyən məsafədə hər hansı bir müstəvi ilə kəsək. Bu halda üzlərin sayı bir vahid artacaqdır, yəni  $U + 1$  qədər olacaqdır. Tutaq ki, kəsdiyimiz təpədən çıxan tillərin sayı  $K$ -dir. Onda həmin çoxüzlü bucağı kəsəndə  $K$  sayda yeni təpə nöqtəsi alırıq, lakin əvvəlki çoxüzlüdən bir təpə nöqtəni itirmiş olarıq. Beləliklə, yeni alınmış  $n + 1$  üzlünün təpə nöqtələri sayı  $N + K - 1$  olar. Tilləri  $K$  qədər artdığından  $n + 1$  üzlünün tilləri sayı  $T + K$  olar.

Aldığımız  $n + 1$  üzlü üçün (2) münasibətini yoxlayaq.

$$\begin{aligned}(N + K - 1) + (U + 1) - (T + K) \\ = (N + U - T) + (K - 1 + 1 - K)\end{aligned}$$

Bərabərliyin sağ tərəfində olan ikinci toplanan sıfır, birinci toplanan isə fərziyyəyə görə 2-dir. Deməli, (2) münasibəti ( $n + 1$ ) üzlü üçün doğrudur. Beləliklə, (2) münasibətinin bütün qabarıq çoxüzlülər üçün doğru olduğunu isbat etmiş olduq.

### **Ədəbiyyat:**

1. <https://kayzen.az/blog/riyaziyyat/8852/d%C3%BCzg%C3%BCn-%C3%A7ox%C3%BCzl%C3%BCl%C9%99r.html>
2. [https://az.wikipedia.org/wiki/D%C3%BCzg%C3%BCn\\_%C3%A7ox%C3%BCzl%C3%BCl%C9%99r](https://az.wikipedia.org/wiki/D%C3%BCzg%C3%BCn_%C3%A7ox%C3%BCzl%C3%BCl%C9%99r)
3. A. S. Adıgözəlov, T.M.Əliyeva, A.İ.Quliyev, M.T. Rzayev, Z.Ş.Qardaşova “Elementar həndəsə”, Bakı-2018

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: RZM2304B**

**Məmmədova Türkanə Razim**

**[memmedovaturkane517@gmail.com](mailto:memmedovaturkane517@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: b/m C. N. Abdullayeva**

### **Triqonometriyanın yaranma tarixi və tətbiqləri**

#### **Plan:**

1. Triqonometriyanın yaranması və əhəmiyyəti
2. Hind və İslam dünyasında triqonometriyanın inkişafı

### **3. Avropada triqonometriyanın müstəqil elm sahəsi kimi formalaşması**

### **4. Müasir dövrdə triqonometriyanın inkişafı və tətbiq sahələri**

Triqonometriya — riyaziyyatın bir sahəsi olaraq, bucaqlar və üçbucaqlarla bağlı ölçülər arasındakı əlaqələri öyrənir. Bu sahə əsasən düzbucaqlı üçbucaqların təhlili və bucaqların funksiyaları üzərində qurulmuşdur. Triqonometriyanın əsas funksiyaları olan sinus, kosinus, tangens və kotangens qədim dövrlərdən bu yana istifadə olunur və onların köməyi ilə bucaqlar və məsafələr hesablanı bilər. Triqonometriyanın yaranması ehtiyacdən doğmuşdur. Qədim sivilizasiyalar — Misir, Babil, Çin və Yunanıstan — astronomiya, torpaq ölçmə, tikinti və dənizçilik sahələrində məsafə və bucaq ölçülərinə ciddi ehtiyac duymuşdular. Misirlilər ehramların tikintisində bu sahənin ilkin formalarından istifadə etmiş, Babilonlar isə ay və günəşin hərəkət trayektoriyalarını hesablamaq üçün 60-lıq bucaq sistemindən yararlanmışdılar. Qədim yunan alimi Hippark (e.ə. II əsr) triqonometriyanın banilərindən biri hesab olunur. O, xordalar cədvəli hazırlamış, bu da sonradan sinus funksiyasının əsasını təşkil etmişdir. Ptolemey isə “Almagest” adlı astronomik əsərində bu cədvəlləri daha da təkmilləşdirmişdir. Triqonometriya yalnız riyaziyyatda deyil, eyni zamanda fizika, astronomiya, mühəndislik, coğrafiya və hətta musiqi sahəsində də geniş tətbiq olunur. Bu səbəbdən onun əhəmiyyəti həm nəzəri, həm də praktiki baxımdan olduqca böyükdür. Triqonometriyanın əsas funksiyalarının və onların cədvəllərinin inkişafı Hindistan və İslam dünyasında mühüm mərhələlərdən keçmişdir. Hind

riyaziyyatçıları, xüsusilə Aryabhata (V əsr) sinus (jya), kosinus (kojya) və digər funksiyaların hesablanması əsaslı işlər görmüşlər. Onların verdiyi düsturlar və hesablama metodları sonralar ərəb riyaziyyatçılarının vasitəsilə dünyaya yayılmışdır. İslam riyaziyyatçılarının triqonometriyaya verdiyi töhfələr bu sahənin inkişafında xüsusi yer tutur. Əl-Battani (IX–X əsrlər) sinus və tangens funksiyalarını istifadə etmiş və onların dəqiq cədvəllərini tərtib etmişdir. Əl-Biruni isə həm düzxətli, həm də sferik triqonometriyada mühüm nəzəri nəticələr əldə etmişdir. O, triqonometriya funksiyalarının coğrafi ölçmələr və qiblə istiqamətinin təyini üçün tətbiqini izah etmişdir. Ən böyük töhfələrdən biri də Nasirəddin Tusiyə aiddir. O, sferik üçbucaqların analizi ilə məşğul olmuş, “Tusi teoremi” kimi tanınan düsturlar vermişdir. Tusi, eyni zamanda, sferik triqonometriyada sinus teoremini kəşf etmiş və onu sistemli şəkildə tətbiq etmişdir. İslam aləminin bu töhfələri sonradan Avropaya keçmiş və Yeni dövr riyaziyyatının formalaşmasına ciddi təsir göstərmişdir. Orta əsrlərin sonu və Renessans dövründə Avropada triqonometriya artıq riyaziyyatın müstəqil sahəsi kimi formalaşmağa başlamışdı. Bu dövrdə Avropa alimləri İslam dünyasından tərcümə olunmuş riyazi mənbələr əsasında yeni tədqiqatlara başladılar. Xüsusilə Regiomontanus (XV əsr) triqonometriyanı ayrı bir elm sahəsi kimi təqdim etmiş və bu sahəyə aid ilk Latin dilində əsəri yazmışdır: *De Triangulis Omnimodis* (“Bütün növ üçbucaqlar haqqında”). François Viète, John Napier, Isaac Newton və digər alimlər triqonometrik funksiyalar arasında identiklikləri, çevrilmələri və əlaqələri müəyyən etmişlər. Bu dövrdə sinus, kosinus və digər funksiyaların dəqiq riyazi tərifləri verilmiş, onların qrafik təsviri

və alqoritmik hesablama üsulları inkişaf etdirilmişdir. Triqonometriya eyni zamanda astronomiya, dənizçilik və xəritəçəkmə sahələrində geniş tətbiq olunurdu. Bu sahədə əldə olunan uğurlar Avropada elmi inqilabın əsaslarından birini təşkil etmişdir.

XVIII–XIX əsrlərdə triqonometriya riyaziyyatın digər sahələri ilə – xüsusilə analitik riyaziyyat, diferensial və inteqral hesab, kompleks ədədlər nəzəriyyəsi ilə inteqrasiya olunmuşdur. Leonhard Euler triqonometriya funksiyalarını kompleks eksponent funksiyaları ilə əlaqələndirmiş və Euler düsturu ( $ei\theta = \cos\theta + i \cdot \sin\theta$ ) ilə bu sahəyə yeni istiqamət vermişdir. Müasir dövrdə triqonometriya fizika, mühəndislik, astronomiya, informatika, signal işlənməsi, dalğa nəzəriyyəsi, akustika, optika və hətta süni intellekt kimi sahələrdə geniş istifadə olunur. Fourier analizi vasitəsilə istənilən periodik funksiyanı triqonometrik funksiyaların cəmi kimi təsvir etmək mümkündür ki, bu da musiqi siqnallarının kodlaşdırılması və rəqəmsal görüntülərin emalı kimi sahələrdə tətbiq olunur. Təhsil baxımından isə triqonometriya məktəb və universitet proqramlarında riyaziyyatın əsas modullarından biri kimi öyrədilir. Bu, tələbələrin məntiqi düşünmə bacarıqlarını inkişaf etdirir və onları müxtəlif tətbiqi problemlərin həllinə hazırlayır.

Triqonometriya yalnızca riyaziyyat dərslərində öyrədilən bir mövzu deyil, əksinə, real həyatın bir çox sahəsində əvəzolunmaz rola malik olan bir elm sahəsidir. Üçbucaqların və bucaqların öyrənilməsi ilə başlayaraq zamanla inkişaf edən triqonometriya bu gün texnologiyadan sənətə, elmdən gündəlik həyata qədər geniş tətbiq sahələrinə malikdir. Triqonometriya qədim dövrlərdən etibarən astronomiyada əsas rol oynamışdır. Qədim

astronomlar ulduzların mövqelərini, planetlərin trayektoriyalarını, günəş və ay tutulmalarını hesablamaq üçün triqonometriyadan istifadə edirdilər. Müasir dövrdə isə bu sahə peyklərin yerləşdirilməsi, göy cismləri arasındakı məsafələrin ölçülməsi və kosmik naviqasiya sistemlərinin qurulmasında geniş tətbiq olunur. Fizikanın bir çox sahəsində — xüsusilə dalğa nəzəriyyəsində, mexanika və optikada — triqonometriya funksiyaları sistemlərin analizində əsas alət kimi çıxış edir. Mühəndislikdə isə konstruksiyaların dayanıqlılığının hesablanması, elektrik dövrlərinin təhlilində, memarlıq layihələrində və infrastruktur quruluşlarında bu funksiyalar vacibdir. Körpü, bina və digər mühəndis qurğularının layihələndirilməsində üçbucaqların və bucaqların ölçüləri əsas parametrlər olaraq nəzərə alınır. Yer kürəsinin xəritələndirilməsində, GPS sistemlərinin işləməsində, dəniz və hava naviqasiyasında triqonometriya mühüm rol oynayır. Coğrafi koordinatların təyin olunması, məsafələrin ölçülməsi, yüksəkliklərin və əyilmələrin hesablanması üçün sferik triqonometriya tətbiq olunur. Gəmiçilik və aviasiyada istiqamətlərin və məsafələrin hesablanması bu sahənin düsturlarından geniş istifadə edilir.

**ADPU Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: RZM 2304B**

**Hüseynova Əfsanə Müseyib**

**e- mail: [efsanehuseyinova03102005@gmail.com](mailto:efsanehuseyinova03102005@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: b/m. C. N. Abdullayeva**

### Vektorun tətbiqi ilə bəzi teoremlərin isbatı

Həndəsə kursunda isbat olunan bəzi teoremlərin digər isbatı üsullarının verilməsinin şagirdlərin məntiqi təfəkkürünün inkişafında mühüm rol oynadığını nəzərə alaraq biz vektorların tətbiqi ilə bir neçə teoremin isbatını verək.

**1. Teorem.** Üçbucağın orta xətti oturacağa paraleldir və onun uzunluğu oturacağın yarısına bərabərdir.

İstənilən teoremi isbat edərkən şagirdlərdə əvvəlcə onun şərtinə əsasən verilənləri və isbat prosesinin yerinə yetirilməsi vərdislərinin yaradılmasına çalışmaq lazımdır.

**Verilir:**  $\triangle ABC$ ,  $M \in AC$ ,  $N \in CB$

$$AM=MC, CN=NB$$

**İsbat etməli:** 1)  $MN \parallel AB$

$$2) MN = \frac{1}{2}AB$$

Teoremi isbat etmək üçün əvvəlcə  $ABC$  üçbucağının tərəfləri və orta xətti üzərində vektorlar təsvir edilir, sonra isə orta xətt üzərindəki vektoru tərəflər üzərindəki vektorlarla ifadə olunur.

$M$  nöqtəsi  $AC$ -nin,  $N$  nöqtəsi isə  $CB$ -nin orta nöqtəsi olduğu üçün

$$\overline{AM} = \overline{MC} = \frac{1}{2} \overline{AC} \quad \text{və} \quad \overline{CN} = \overline{NB} = \frac{1}{2} \overline{CB}$$

olması aydındır

Vektorların toplanmasının üçbucaq qaydasına əsasən

$$\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{CN} = \frac{1}{2} \overline{AC} + \frac{1}{2} \overline{CB} = \frac{1}{2} (\overline{AC} + \overline{CB}) = \frac{1}{2} \overline{AB}.$$

Alınan  $MN = AB$  bərabərliyi üçbucağın orta xətti və oturacağı üzərində götürülmüş vektorların kollinear olduğunu göstərir.

Buradan, MN-nin AB-yə paralel olması alınır.

$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{AB}$  bərabərliyindən  $|\overline{MN}| = \frac{1}{2} |\overline{AB}|$  alındığını, başqa sözlə  $NM = \frac{1}{2} AB$  olduğunu yazmaq olar. Teorem isbat olundu.

**2. Teorem.** Trapesiyanın orta xətti oturacaqlarına paraleldir və onların cəminin yarısına bərabərdir.

◦ trapesiyanın tərəfləri və orta xətti üzərində şəkildəki kimi vektorlar götürməj olar.

◦  $MN$  vektorunun aşağıdakı ayrılışlarını yazmaq

$$\overline{MN} = \overline{MB} + \overline{BC} + \overline{CN}$$

$$\overline{MN} = \overline{AD} - \overline{AM} - \overline{ND}$$

◦ Bu bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplamaq və alınan cəmdə

$\overline{AM} = \overline{MB}$  ;  $\overline{CN} = \overline{ND}$  olduğunu nəzərə almaq

$$\overline{MN} + \overline{MN} = \overline{MB} + \overline{BC} + \overline{CN} + \overline{AD} - \overline{AM} - \overline{ND} = \overline{BC} + \overline{AD}$$

$$2\overline{MN} = \overline{BC} + \overline{AD}$$

Buradan da

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} (\overline{BC} + \overline{AD})$$

Olduğu alınır.

Bu vektor bərabərlik trapesiyanın orta xəttinin onun oturacaqlarına həm paralel , həm də onların uzunluqları cəminin yarısına bərabər olduğunu göstərir.

### Ədəbiyyat:

1. Nəbi Mahmudov, Cəmilə Abdullayeva, İslam Məmmədov - Vektor anlayışı və onun tətbiqlərinin öyrədilməsi metodikası, Bakı-2005

2. Rüstəmov Ə.M. – Vektorlar və onların tətbiqləri, Bakı: BDU nəşriyyatı, 2010. 4. Abbasov Ə.Ə. – Həndəsə və vektorlar kursu, Bakı: Elm, 2008

ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.

Qrup: RZM2304B.

Rasulov Fərda Mansur

[ferdaresulov@gmail.com](mailto:ferdaresulov@gmail.com)

Elmi Rəhbər: b/m C. N. Abdullayeva

### Pifaqor teoremi haqqında

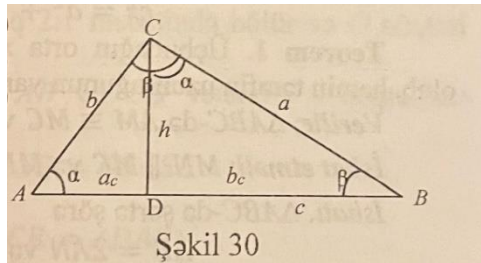
ABC düzbucaqlı üçbucağını nəzərdən keçirək. Düz bucaq təpəsindən  $h$  hündürlüyünü keçirək. Onda bir neçə oxşar üçbucaqlar alırıq:

$$\triangle ADC \sim \triangle ACB \quad (1)$$

$$\triangle BDC \sim \triangle ACB \quad (2)$$

$$\triangle ADC \sim \triangle BDC \quad (3)$$

Şəkildə verilən  
işarələmələrdən



istifadə edərək, hər oxşar üçbucaqlar cütündən aşağıdakı münasibətlər yazırıq:

$$1) \frac{h}{a_c} = \frac{b_c}{h} \rightarrow h^2 = a_c \cdot b_c$$

$$2) \frac{b_c}{b} = \frac{b}{c} \rightarrow b^2 = c \cdot b_c$$

$$3) \frac{a_c}{a} = \frac{a}{c} \rightarrow a^2 = a_c \cdot c$$

**Tərif.**  $m:n=k:n$  bərabərliyində  $k$  parçasına orta mütənəsib və ya həndəsi orta deyilir.

Aşağıdakı xassələri verək:

1. Düzbucaqlı üçbucağın kateti hipotenuzla, həmin katetin hipotenuzu üzərindəki proyeksiyası arasında orta mütənasıbdır.

2. Düzbucaqlı üçbucağın düz bucaq təpəsindən endirilən hündürlüyü katetlərin hipotenuz üzərindəki proyeksiyaları arasında orta mütənasıbdır.

Bu xassələrdən birincisinin köməyi ilə Pifaqor teoremini isbat edək.

**Teorem.** Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuzun kvadartı katetlərin kvadratları cəminə bərabərdir.

Həqiqətən,

$$b^2 = b_c \cdot c \text{ və } a^2 = a_c \cdot c$$

olduğundan bu bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplasaq:

$$a^2 + b^2 = a_c \cdot c + b_c \cdot c = c \cdot (a_c + b_c) = c \cdot c = c^2 \text{ olur. Beləliklə,}$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$

### **Ədəbiyyat:**

1.Mərdanov M.C və b. Həndəsə: orta məktəbin 7-11 sinifləri üçün dərslik / prof.S.Mirzəyevin redaktorluğu ilə.Bakı, Çarşıoğlu,2008.

2.Nəsurullayev N.L. Həndəsə əsasları.Bakı: Maarif,1996,310 s.

3.Pedaqoji Universitet və inistutlarda bakalavr hazırlığı üçün proqram: Elementar riyaziyyat.Bakı,ADPU,2005.-15 s.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: RZM 2303B**

**Həsənli Zaur Vidadi**

**[zhesenli418@gmail.com](mailto:zhesenli418@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: b/m. C. N. Abdullayeva.**

### **Riyazi Sofizm**

Riyazi sofizmlərin tarixi qədim Yunan dövrünə dayanır. Bu dövrdə sofistlər adlanan filosoflar mübahisə qabiliyyətlərini göstərmək üçün tez-tez məntiqi səhvlərə əsaslanan “doğru görünən, lakin yanlış olan” arqumentlərdən istifadə edirdilər.

Riyaziyyatda isə bu, daha çox diqqətli analiz və düşünmə bacarığını inkişaf etdirmək üçün bir vasitə kimi istifadə olunur. Sofizmlər riyaziyyatın yalnız qaydalardan ibarət olmadığını, həm də məntiq və diqqət tələb etdiyini göstərir. Riyazi sofizm ilk baxışdan düzgün görünən, lakin əslində məntiq və ya hesab xətalarına əsaslanan yanlış riyazi iddialardır.

Bu sofizmlər riyaziyyatda çaşdırıcı nəticələrə səbəb olur və iqqətlə izah edilmədikdə yanlış nəticələrə gətirib çıxara bilər. Riyaziyyatı öyrənənlər üçün sofizmin belə bir əhəmiyyəti vardır ki, sofizmlər məntiqi düşünmək, düzgün nəticə çıxarmaq vərdişi yaradır.

İndi isə riyazi sofizmə aid nümunələrlə tanış olaq:

1)  $2+2=5$

$$\begin{aligned} 2+2 &= 4 - 9/2 + 9/2 = \sqrt{(4 - 9/2)^2 + 9/2} = \sqrt{(16 - 2 \times 4 \times 9/2 + (9/2)^2)} \\ &+ 9/2 = \sqrt{(16 - 36 + (9/2)^2)} + 9/2 \\ &= \sqrt{(-20 + (9/2)^2)} + 9/2 = \sqrt{(25 - 45 + (9/2)^2)} + 9/2. \\ &= \sqrt{(5^2 - 2 \times 5 \times 9/2 + (9/2)^2)} + 9/2 = \sqrt{(5 - 9/2)^2 + 9/2} \\ &= 5 - 9/2 + 9/2 \end{aligned}$$

Beləliklə,  $2+2 = 5$

2)  $2=1$

Tutaq ki,  $a = b$  Hər iki tərəfi  $a$ -ya vuraq:  $a^2 = ab$

Hər iki tərəfdən  $b^2$ -ni çıxmaq:  $a^2 - b^2 = ab - b^2$

sadələşdirək:  $(a - b)(a + b) = b(a - b)$

Hər iki tərəfi  $(a - b)$ -yə bölək:  $(a + b) = b$

Amma  $a = b$  olduğuna görə,  $b + b = b \rightarrow 2b = b$

$b$ -ləri ixtisar etsək:  $2 = 1$

1) misal ilk baxışdan düz görünsə də, bu misalda kvadrat kökdən sui-istifadə edilmişdir. Buna aid qaydanı bilən şəxs anındaca səhvi görə bilər. İkinci sətirə diqqət edin. Guya kökdən  $(-0.5)$  çıxıb, onda da  $9/2$  ilə toplanıb  $(4.5 - 0.5 = 4)$  düzgün bərabərlik alınıb. Amma elə ən böyük səhv buradadır. Çünki kökaltı qaydasına zidd düşür.

$(4 - 9/2) \leq 0$  olduğu üçün ifadə kökdən modulda çıxacaq  
Yəni  $|4 - 9/2| = |-0.5| = 0.5$

2) misalda isə səhv hardadır?

Səhv  $a - b = 0$  olduğu halda onlarla bölmə aparmaqdır.

Bu isə riyaziyyatda qadağandır. Yəni biz  $0$ -a bölmüş oluruq, bu isə yanlış əməliyyatdır.

### **Ədəbiyyat**

1. Терпьяков, А. А. – Математические софизмы и парадоксы (rus dilində) Riyazi sofizmlərin klassik və müasir nümunələri.
2. Ali məktəblər üçün riyaziyyat dərslikləri və vəsaitlər. Bu dərsliklərdə bəzən sofizm nümunələri “səhv isbatlar” və ya “yanlış nəticələr” başlığı altında verilir

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: INF-2204B**

**Bağırzadə Çiçək Ceyhun**

[Cicek4bagirzade@gmail.com](mailto:Cicek4bagirzade@gmail.com)

**Elmi rəhbər: dos. M. V. Abdullayeva**

**Kiber təhlükəsizlik və şagirdlərdə məlumat təhlükəsizliyi  
vərdişlərinin inkişaf etdirilməsi**

Müasir dövrdə informasiya texnologiyalarının sürətli inkişafı ilə bərabər, rəqəmsal mühitdə təhlükəsizlik məsələləri də ön plana çıxmışdır. İnsanlar şəxsi məlumatlarını, dövlətlər isə strateji informasiya resurslarını rəqəmsal platformalarda saxlayırlar. Bu isə kibertəhlükəsizlik anlayışının əhəmiyyətini artırır. Kibertəhlükəsizlik - kompüter sistemlərini, şəbəkələri və məlumatları icazəsiz girişlərdən, hücumlardan və zərərli proqramlardan qorumağa yönəlmiş tədbirlər və texnologiyalar toplusudur. Bu sahə həm fərdi, həm də ictimai miqyasda böyük rol oynayır, çünki istənilən məlumat sızması, zərərli hücum və ya sistem pozuntusu ciddi nəticələrə səbəb ola bilər. Məqsəd, rəqəmsal mühitdə təhlükəsizliyi təmin etmək, məlumatların məxfiliyini qorumaq və sistemlərin düzgün işləməsini davam etdirməkdir. Kiber təhlükəsizlik şəxsi məlumatlardan maliyyə məlumatlarına qədər hər cür rəqəmsal məlumatın qorunması üçün vacibdir. Eyni zamanda, təşkilatların və hökumətlərin kritik infrastrukturlarının qorunmasında mühüm rol oynayır. Kiber təhlükəsizlik müxtəlif sahələrə bölünərək müxtəlif növləri əhatə edir. Hər bir növ özünəməxsus təhlükələri və qorunma metodlarını ehtiva edir. Kiber təhlükəsizliyin əsas növləri aşağıdakılardır:

- Şəbəkə Təhlükəsizliyi
- Proqram Təhlükəsizliyi
- Məlumat Təhlükəsizliyi
- End-point Təhlükəsizliyi
- İnformasiya Təhlükəsizliyi
- Bulud Təhlükəsizliyi
- Kimlik və Giriş İdarəetməsi
- Fiziki Təhlükəsizlik
- Əməliyyat Təhlükəsizliyi
- Təhlükəsizlik Tədbirləri və Təlimlər

Şagirdləri məlumat təhlükəsizliyi bacarıqlarının aşılınması haqqında məlumatlandırmaq. Şagirdlərdə məlumat təhlükəsizliyi vərdişlərinin inkişaf etdirilməsi, onların internetdə və rəqəmsal mühitdə təhlükəsiz davranışlarını təmin etmək üçün vacibdir. Bu, bir neçə əsas sahəni əhatə edir:

**Şəxsi məlumatların qorunması**

**Güclü parolların yaradılması**

**Şübhəli məzmun və əlaqələr**

**Proqram və tətbiqlərin təhlükəsizliyi**

**Məlumatların ehtiyat nüsxəsi**

Şagirdlərdə məlumat təhlükəsizliyi bacarıqlarının inkişafı üçün bu mərhələləri bilmək vacibdir. Hər hansısa bir mərhələnin öyrənilməməsi zamanı qarşıya çıxan problem daha böyük ola bilər və bu da nəticədə işi daha da çətinləşdirir. Şagirdlərə bu cür biliklərin aşılınmasında ilk öncə orta məktəblərdə keçirilən dərslər əsasında öyrənilən biliklər üstünlük təşkil edir. İlk biliklər sayəsində onlar ilk öncə necə işləməli olduqlarını anlaşırlar. Şagirdlərə məlumat təhlükəsizliyi birinci növbədə

onların özlərinin şəxsi məlumatlarının gizli qalmasını izah etməklə başlayır. Şagirdlərdə məlumat təhlükəsizliyi verişlərinin formalaşdırılması müasir dövrdə olduqca vacib məsələdir. Rəqəmsal texnologiyaların həyatımızın hər sahəsinə daxil olduğu bir zamanda, uşaqların internetdə təhlükəsiz davranmağı öyrənməsi onların həm fiziki, həm də psixoloji təhlükəsizliyi üçün əsasdır.

Nümunə göstərək:

Şagirdə tapşırıq olaraq **“Güclü parolların yaradılması”** ilə bağlı iş verilmişdir. Bu zaman şagird elə parol təyin etməlidir ki, təhlükəsizlik qaydaları ödənsin. Əgər güclü parol yaratmaq istəyiriksə, bu zaman bəzi qaydaları nəzərə almalıyıq. Məsələn, yaradılan parol ***uzun və kompleks*** olmalıdır. Bu o deməkdir ki, parol ən azı 12 simvoldan ibarət olmalıdır: **B!c4a#E7q28#a**

Təkcə bununla kifayətlənmək olmaz, həmçinin ***böyük və kiçik hərflərin qarışığı*** olmalıdır: **Ql4mn!ADS123**

***Rəqəmlər və Xüsusi simvollar***dan istifadə edilməlidir: **Pa@7rad#3fdr1**

Güclü parolların yaradılması zamanı şəxsi məlumatlardan istifadə etməkdən çəkinmək lazımdır. Məsələn, ad, doğum tarixi, telefon nömrəsi və b. bunun kimi məlumatların istifadəsi təhlükəsizliyi azaldır, şifrələrin sızmasına gətirib çıxarır, yəni daha çox risk yaradır.

**Ədəbiyyat:**

1. İnformasiya təhlükəsizliyi, Dərslik, Bakı, “İqtisad Universiteti” nəşriyyatı, 2016.  
[https://www.itbridge.az/files/az\\_1573544697\\_What%20is%20Cyber-converted\\_AZ-converted.pdf](https://www.itbridge.az/files/az_1573544697_What%20is%20Cyber-converted_AZ-converted.pdf)
2. [https://code.edu.az/kiber-tehlukesizlik-nedir-niye-ehemiyetlidir-ve-nece-oyrenmeye-baslamaq-olar/#:~:text=Kiber%20t%C9%99hl%C3%BCK%C9%99sizlik%20\(v%C9%9](https://code.edu.az/kiber-tehlukesizlik-nedir-niye-ehemiyetlidir-ve-nece-oyrenmeye-baslamaq-olar/#:~:text=Kiber%20t%C9%99hl%C3%BCK%C9%99sizlik%20(v%C9%9)

[9%20ya%20ingilis, texnologiyalar%20prosesl%C9%99r%20v%C9%99%20t%C9%99limatlar%C4%B1n%20m%C9%99cmusudur](#)

**ADPU, Riyaziyyat Fakültəsi.**

**Qrup: İNF2203B**

**Məmmədli Gülnur Mübariz**

**[memmedligulnur41@gmail.com](mailto:memmedligulnur41@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. M. V. Abdullayeva**

### **Ağıllı sinif otaqlarında informatika dərsləri və virtual laboratoriyalar**

Müasir təhsil sistemində ağıllı sinif otaqları və virtual laboratoriyalar dərs prosesinin interaktivliyini və səmərəliliyini artırır. Xüsusilə informatika dərslərində bu texnologiyalar şagirdlərin bilik və bacarıqlarının inkişafına müsbət təsir göstərir.

**Ağıllı sinif otaqları** — informasiya texnologiyalarının imkanlarından istifadə etməklə dərs prosesini interaktiv və müasir tələblərə uyğun şəkildə təşkil edən tədris mühitidir. Bu siniflərdə elektron lövhələr, multimedia vasitələri və şəbəkə əlaqəli cihazlar şagirdlərin bilikləri vizual və praktiki formada mənimsəməsinə şərait yaradır.

**Ağıllı lövhələr** dərs prosesində mətn, şəkil, video və interaktiv tapşırıqların real vaxtda nümayiş olunmasına imkan verən çoxfunksiyalı tədris vasitəsidir. Bu texnologiya müəllim və şagird arasında qarşılıqlı əlaqəni artıraraq dərsin daha vizual və anlaşılan şəkildə keçməsinə təmin edir.

Virtual laboratoriyalar informatika dərslərində praktiki biliklərin qazanılmasını asanlaşdıran, interaktiv və simulyasiya əsaslı tədris mühitidir. Bu mühitlər şagirdlərə proqramlaşdırma, alqoritmlər və müxtəlif texniki prosesləri real avadanlıq olmadan sınaqdan keçirmək imkanı yaradır.

Ağıllı sinif otaqlarında informatika dərslərinin təşkili şagirdlərin interaktiv və tətbiqi biliklər əldə etməsini asanlaşdırır. Bu mühitdə dərş prosesində virtual laboratoriyalardan, vizual təqdimatlardan və real vaxtda əlaqə imkanlarından istifadə olunur. Texnologiya dəstəyi şagirdlərin proqramlaşdırma, alqoritmlər və digər praktiki bacarıqları daha tez və effektiv mənimsəməsinə şərait yaradır.

Aparılan araşdırmalar göstərir ki, ağıllı sinif otaqları və virtual laboratoriyalar informatika dərslərinin keyfiyyətini və şagirdlərin praktiki bacarıqlarını əhəmiyyətli dərəcədə artırır.

**Ədəbiyyat:**

1. Əhmədov, R. İnformasiya texnologiyaları: əsas anlayışlar və tətbiqlər. Bakı: Elm, 2019.
2. Əliyev, F. Rəqəmsal təhsilin əsasları. Bakı: Təhsil, 2021
3. Gülməmmədov, E. İnformatikanın tədrisində innovativ metodlar. Gəncə: Elm, 2020.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: İNF-2203B**

**Alməmmədli Fidan Mübariz**

**[fidanalmemmedova07@gmail.com](mailto:fidanalmemmedova07@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. M. V. Abdullayeva**

## Müasir proqramlaşdırma dillərinin məktəbdə tədrisi: Çətinliklər və perspektivlər.

Əsas məqsəd – şagirdlərə sistemli düşünməyi, ardıcıl və məntiqi yanaşmanı öyrətməkdir. Əsas odur ki, şagird qarşısında duran problemi mərhələlərə bölə bilsin və onun həlli üçün addım-addım yanaşma qura bilsin. Məktəbdə bu bacarığın öyrədilməsi, uşaqların gələcəkdə texnologiyadan istifadə etməklə yanaşı, onu anlamağı və yaratmağı da bacarması üçün çox faydalıdır.

Müasir proqramlaşdırma dillərini öyrənmək, Rəqəmsal Bacarıqlar layihəsi ilə sıx əlaqəlidir. Bu layihə şagirdlərə proqramlaşdırma bacarıqlarını inkişaf etdirməyə kömək edir və onları müasir texnologiyalarla işləməyə hazırlayır. Proqramlaşdırma dilləri yalnız kompüter sahəsində deyil, həm də müxtəlif digər sahələrdə faydalı ola bilər. Məsələn, ibtidai siniflərdə Scratch tətbiq olunur. Scratch ilə proqram qurmağı öyrənmək həm sadə, həm də zövqlüdür. Bu proqramlaşdırma dilində proqramlarımızı vizual olaraq yazmaqla bilirik. Hazırda Scratch, dünyada ən çox istifadə olunan proqramlaşdırma dillərindən biridir. Məqsəd, şagirdlərin dizayn və alqoritmik düşünmə bacarıqlarını inkişaf etdirməkdir.

Yuxarı siniflərdə isə **Python** tətbiq olunur. Python dilinin sintaksisi çox aydın və anlaşılıqdır. Bu dil məktəb proqramında ən effektiv proqramlaşdırma dillərindən biri hesab olunur. Python dilinin erkən yaşda öyrədilməsi gələcəkdə texnologiyaya açıq və yeniliklərə maraqlı cəmiyyətin formalaşmasına mühüm töhfə verir. Python, 21-ci əsr bacarıqları (təhlil, tənqidi düşüncə,

yaradıcılıq) ilə uzlaşır və şagirdlərin əlverişli texnoloji gələcək üçün peşə hazırlığını möhkəmləndirir.

Proqramlaşdırma Dillərinin Tətbiqi  
Proqramlaşdırma dilləri yalnız kompüter elmləri və informatika sahəsində deyil, digər fənlərdə də geniş istifadə olunur. Bu dillərin köməyi ilə şagirdlər müxtəlif mövzuları daha yaxşı anlaya və onları praktiki şəkildə tətbiq edə bilirlər.

Riyaziyyatda Python-dan istifadə (kod nümunəsi):  
Aşağıdakı Python kodu kvadrat tənliyin köklərini tapmaq üçün yazılıb:

```
import math
a = float(input("a-ni daxil edin: "))
b = float(input("b-ni daxil edin: "))
c = float(input("c-ni daxil edin: "))
d = b**2 - 4*a*c
if d > 0:
    x1 = (-b + math.sqrt(d)) / (2*a)
    x2 = (-b - math.sqrt(d)) / (2*a)
    print("İki həqiqi kök var:", x1, "və", x2)
elif d == 0:
    x = -b / (2*a)
    print("Bir həqiqi kök var:", x)
else:
    print("Həqiqi kök yoxdur")
```

Proqramın nəticəsi:

1) a-ni daxil edin:

```
>>> 1
```

b-ni daxil edin:

```
>>> -5
```

c-ni daxil edin:

>>> 6

İki həqiqi kök var: 3.0 və 2.0

2) a-ni daxil edin:

>>> 1

b-ni daxil edin:

>>> 2

c-ni daxil edin:

>>> 1

Bir həqiqi kök var: -1.0

3) a-ni daxil edin:

>>> 1

b-ni daxil edin:

>>> 2

c-ni daxil edin:

>>> 3

Həqiqi kök yoxdur

Beləliklə, "Rəqəmsal bacarıqlar" layihəsi müasir proqramlaşdırma dillərinin məktəblərdə tədrisinə zəmin yaradır və şagirdlərin rəqəmsal savadlılıqla yanaşı, proqramlaşdırma səriştələrini də inkişaf etdirməsinə şərait yaradır. Bu isə gələcəkdə onların həm peşəkar, həm də şəxsiyyət kimi inkişafına mühüm töhfə verir.

### **Ədəbiyyat:**

1. Təhsil Nazirliyi. İnformatika: ümumi orta təhsil səviyyəsi üçün dərslik (X sinif). Bakı: Təhsil Nazirliyi, 2021
2. Təhsil Nazirliyi. İnformatika: ümumi orta təhsil səviyyəsi üçün dərslik (XI sinif). Bakı

3. Həsənov, F.Q. İnformatika: ümumi orta təhsil səviyyəsi üçün dərslik (IX sinif). Bakı: Təhsil Nazirliyi, 2021.
4. Həsənov, F.Q. İnformatika: ümumi orta təhsil səviyyəsi üçün dərslik (IX sinif). Bakı: Təhsil Nazirliyi, 2021.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: INF2202B**

**Rüstənzadə Rahidə Mirhəşim**

[rahidarustamzada@gmail.com](mailto:rahidarustamzada@gmail.com)

**Elmi rəhbər: dos. M. V. Abdullayeva**

### **İnformatika dərslərində süni intellektin rolu**

Müasir dövrdə təhsildə texnologiyanın yer alması, onu ənənəvi tədris yanaşmalarından kəskin şəkildə fərqləndirir. Bu dəyişikliyi 5-ci sinif İnformatika mövzusu “ İnternet” mövzusunda aydın şəkildə müşahidə etmək mümkündür.

Ənənəvi dərslərdə "İnternet nədir?", "İnternet necə işləyir?" kimi suallar adətən izahlar, videolar və sadələşdirilmiş sxemlərlə öyrədilir. Lakin bu yanaşmalar çox zaman şagirdlərdə sistem düşüncəsi və əlaqə qurma bacarıqlarını yetərinə inkişaf etdirmir. Günümüzdə sürətlə inkişaf edən süni intellekt bu boşluğu doldurmaq və təhsili həyatla daha sıx bağlamaq üçün mühüm fərsətlər yaradır. İnformatika dərslərində süni intellektin rolu sadəcə informasiya vermək və ya tapşırıqları avtomatik həll etdirmək deyil, öyrənməyi yaşatmaq və düşüncəni fəallaşdırmaqdır. Bu məqsədlə, süni intellektlə dəstəklənən və təcrübəyə əsaslanan interaktiv bir metod irəli sürürəm: “Təcrübəli Bot” metodu.

“Təcrübəli Bot”, öyrənməni situativ kontekstə salaraq simulyasiya edən interaktiv bir öyrətmə mühitidir. Burada süni intellekt sadəcə cavab verən bir sistem deyil, rol alan, yönləndirən və

refleksiya etdirən bir təlim yoldaşı kimi çıxış edir. Bu metodda süni intellekt şagirdin müəllimi deyil, onun oyun yoldaşı və təcrübə bələdçisi olur - öyrədərək deyil, yaşadaraq məlumatı ötürür.

Bu bot aşağıdakı səbəblərdən “təcrübəli” adlanır.

- Sadəcə suallara cavab vermir, real həyat situasiyalarında şagirdi yönləndirir;
- Özünü müəyyən obrazlar şəklində təqdim edir – məsələn, internetdə səyahət edən bir “məlumat paketi”, “router”, “hacker” və ya “bulud” kimi;
- Dərsin dizaynına uyğun olaraq müxtəlif rollara girə bilir və dərsi fərdiləşdirir.

**Nümunə:** “İnternet” mövzusunda 5-ci sinif dərsi

Müəllim “İnternet necə işləyir?” mövzunu izah edərkən “Təcrübəli Bot” metodunu tətbiq edir. Sınıfdə süni intellekt (məsələn, ChatGPT) əvvəlcədən hazırlanmış senari üzrə “məlumat paketi” obrazında çıxış edir və deyir:

*“Salam uşaqlar, mən İnternetdə yol gedən bir məlumat pake-tiyəm. İndi IP ünvanına çatmağa çalışıram, amma yolumu azmışam. Sizcə, hansı marşrutdan getməliyəm? Router nədir? Bəlkə siz mənə kömək edəsiniz?”*

Şagirdlər onu istiqamətləndirmək üçün əvvəlki biliklərini tətbiq edirlər, xəritələr çəkirlər, “router”, “modem” və “server” anlayışlarını axtarıb tapırlar. Bu zaman süni intellekt onlara bilərəkdən bir hissəni səhv izah edir və şagirdilər səhvi taparaq düzəltməyə çalışırlar. Beləcə “öyrətməklə öyrənmə” prosesi baş verir. Növbəti mərhələdə isə süni intellekt şagirdlərin cavablarını analiz edir və onlara fərdi məsləhətlər verir. Məsələn: *“Sən məlu-matların ötürülməsi hissəsini yaxşı başa düşmüşsən, amma İP ünvanlarının funksiyalarını birdə araşdıraraq?”* Bu artıq süni

intellektin rəqəmsal repetitor (AI tutor) funksiyasını daşdığını göstərir.

Dərs sonunda şagirdlərə tapşırılır ki, ChatGPT-yə dərsdə öyrəndiklərini izah etsinlər. Süni intellekt bu məlumatlardan ümumi bir xülasə və ya məqalə yaradır. Bu xülasədə uşaqlar öz fikirlərini tapır, bu isə həm təkrarlama, həm də dərinləşmiş öyrənmə üçün təsirli olur.

Süni intellekt bəzən:

- “Hər şeyə şübhə ilə yanaşan dost”,
- “Bir az səhv izah edən müəllim”,
- “Trafikdə yolunu itirmiş məlumat paketi” kimi rollarda çıxış edir.

Bu yanaşma şagirdin kritik düşünmə, məlumatı süzgəcdən keçirmə və doğruyu yanlış ayırd etmə bacarıqlarını gücləndirir.

Bu üsulun yeniliyi aşağıdakılardır:

- Süni intellekt məlumat ötürmür, təcrübə yaşadır;
- Şagirdin suallarını cavablandırmır, əksinə onun sual verməsinə səbəb olur;
- Müəllim passiv izahçı deyil, təlimin rejissoru roluna keçmiş olur.

Beləliklə, bu metodun tətbiqi şagirdlərdə tənqidi düşüncə, özünəinam və səhv etməkdən çəkinmədən fikirlərini sərbəst ifadə etmək kimi mühüm bacarıqların formalaşmasına şərait yaradır. Süni intellektlə qarşılıqlı ünsiyyət, şagirdlərə öyrənmə prosesində daha fəal iştirak etməyə, öz ideyalarını sınağa və fərqli baxış bucaqları ilə tanış olaraq dərinlən düşünməyə imkan verir. Bu da təhsildə yalnız bilik ötürmək deyil, düşünməyi öyrətmək məqsədinə xidmət edir.

### **Ədəbiyyat:**

1. Lin, M. P.-C., & Chang, D. (2020). Enhancing Postsecondary Writers' Writing Skills with a Chatbot: A Mixed Method Classroom Study. *Educational Technology & Society*, 23(1), 78–92.

2. Pavlik, J., et al. (2023). Collaborating With ChatGPT: Considering the Implications of Generative Artificial Intelligence for Journalism and Media Education. *Journalism Mass Communication Educator*, 1–10.  
<https://doi.org/10.1177/10776958221149577>
3. Chukwuere, J. E. (2024). The Use of ChatGPT in Higher Education: The Advantages and Disadvantages. *arXiv*.  
<https://arxiv.org/abs/2403.19245>
4. Gill, S. S., et al. (2023). Transformative Effects of ChatGPT on Modern Education: Emerging Era of AI Chatbots. *arXiv*.  
<https://arxiv.org/abs/2306.03823>
5. Olga, A., et al. (2023). Generative AI: Implications and Applications for Education. *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/2305.07605>
6. Qureshi, B. (2023). Exploring the Use of ChatGPT as a Tool for Learning and Assessment in Undergraduate Computer Science Curriculum: Opportunities and Challenges. *arXiv*.  
<https://arxiv.org/abs/2304.11214>

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: İNF-2204B**

**Qulamova Xoşbəxt Şəhriyar**

**[qulamovaxxx@gmail.com](mailto:qulamovaxxx@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. M. V. Abdullayeva**

**STEAM təhsilində informatikanın integrativ rolu və “Yaşıl dünya”**

*Təbiəti qoru, gələcəyini qazan!*

Müasir dövrdə təhsil sistemlərinin əsas məqsədlərindən biri şagirdlərin düşünmə, problem həll etmə və yaradıcılıq bacarıqlarını inkişaf etdirməkdir. Bu məqsədlə dünyada geniş şəkildə tətbiq olunan STEAM təhsil modeli multidissiplinar yanaşması ilə xüsusi əhəmiyyət daşıyır. STEAM metodologiyasının informatika fənnində tətbiqi şagirdlərin analitik və tədqiqat yönümlü düşünmə qabiliyyətini inkişaf etdirir [1]. STEAM təhsilində informatika fənni digər sahələrlə inteqrasiyada körpü rolunu oynayır, həm də şagirdlərə rəqəmsal texnologiyalar və proqramlaşdırma bilikləri qazandıraraq XXI əsr bacarıqlarını formalaşdırır.

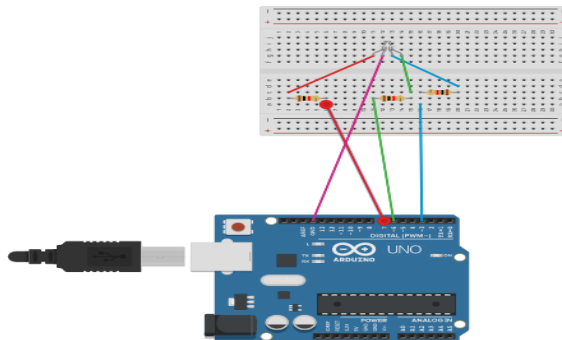
STEAM modelində elm, texnologiya, mühəndislik, incəsənət və riyaziyyat fənləri arasında qarşılıqlı əlaqə yaradılaraq şagirdlərin çoxsahəli düşünmə qabiliyyəti inkişaf etdirilir. İnformatikanın STEAM-də inteqrativ rolu həm texnoloji layihələrin hazırlanmasında, həm də digər fənlərlə qarşılıqlı əməkdaşlıqda özünü göstərir.

“Yaşıl dünya” anlayışı günümüzdə ətraf mühitin qorunması, təbii resurslardan səmərəli istifadə, iqlim dəyişikliyi ilə mübarizə və davamlı inkişaf prinsipləri ilə sıx bağlıdır [2]. Məktəblərdə “Yaşıl dünya” mövzusu STEAM çərçivəsində təqdim edildikdə, şagirdlər bu problemləri təkcə nəzəri cəhətdən deyil, praktiki və texnoloji baxımdan da araşdırma bilirlər. Şagirdlər proqramlaşdırma vasitəsilə enerji sərfiyyatını ölçən və optimallaşdıran alqoritmlər yazma, sensor texnologiyaları ilə hava və su keyfiyyətini izləyən sistemlər qurma və ya təkrar emal proseslərini izah edən animasiyalar və veb səhifələr hazırlama bilirlər.

**Arduinoda RGB LED proqramlaşdırılması.** Bu layihəni həm Tinkercad və Ardunioda həyata keçirə bilərsiniz [3]. Layihənin hazırlanma mərhələləri: <https://www.arduino.cc/en/software> saytına daxil olaraq, dövrədə istifadə edəcəyimiz təchizatları seçərək dövrəni qurmağa başlayaq.

**Təchizatlar:** Breadboard, Ardunio Uno, Keçid naqilləri, RGB LED, Rezistor

1. Dövrəni quraq (Şəkil).
2. Bu layihədə ümumi bir katoddan istifadə edirik. Fərqli rəngləri göstərməsi üçün RGB LED-in üç pininə 0 ilə 255 arasında bir dəyər daxil edirik. R, G və B sancaqlarını cərəyan məhdudlaşdıran rezistora birləşdirdikdən sonra onları müvafiq olaraq 10, 11, 12-ci pinə birləşdirin. LED-in ən uzun sancağı Uno-nun GND-yə qoşulur. Üç sancağa fərqli PWM dəyərləri verildikdə, RGB LED fərqli rəngləri göstərəcək.
3. Ardunio Uno lövhəsini kompüterlə əlaqələndirək, sonra Tools bölməsindən board və port-u seçək.
4. Yazdığımız kodu Arduino proqramında öncə yoxlayıb Verify əmrinə seçərək kodun doğrulandığından sonra, Upload əmrinə seçərək kodu yükləyə bilərsiniz. Burada RGB LED flaşını əvvəlcə qırmızı, yaşıl və mavi rənglərdə görməlisiniz.



Şəkil.

### Arduinoda RGB LED

Layihənin proqramı isə aşağıdakı kimi olacaqdır:

```
1. const int RED = 11;
2. const int GREEN = 10;
3. const int BLUE = 9;
4. void setup() {
5.   pinMode (RED, OUTPUT);
6.   pinMode (GREEN, OUTPUT);
7.   pinMode (BLUE, OUTPUT);
8. }
9. void loop() {
10.  analogWrite (RED, 255);
11.  analogWrite (GREEN, 0);
12.  analogWrite (BLUE, 0);
13.  delay (1000);
14.  analogWrite (RED, 0);
15.  analogWrite (GREEN, 255);
16.  analogWrite (BLUE, 0);
17.  delay (1000);
18.  analogWrite (RED, 0);
19.  analogWrite (GREEN, 0);
20.  analogWrite (BLUE, 255);
21.  delay (1000);
22. }
```

**Arduinoda RGB LED-** in istifadə sahələri: Ağıllı işıqlandırma sistemləri, göstərici sistemləri və bildirişlər, oyunçular və dizaynerlər üçün işıq effektləri, incəsənət və dekorasiya, təhsil və STEM proqramları

İnformatika fənninin integrativ rolu, yalnız texnoloji biliklərin ötürülməsi ilə məhdudlaşmır, eyni zamanda sosial məsuliyyət, yaradıcı düşüncə və ekoloji dəyərlərin formalaşdırılmasına da xidmət edir. “Yaşıl dünya” mövzusunun informatika ilə əlaqələndirilməsi şagirdlərdə texnoloji bilik və bacarıqlarını da real həyatda tətbiq etməyə imkan verir.

**Ədəbiyyat:**

1. Abdullayeva M. Riyaziyyatın Tədrisi Metodikası-1. Bakı, “Elm Və Təhsil”, 2020.
2. Azərbaycan Gəncliyi Və Yaşıl Dünya Naminə Həmrəylik İli: Ekoloji Problemlər, Süni İntellekt Və Fəlsəfə. Bakı: “Afpoliqraf”, 2024, 208 Səh.
3. <https://Projecthub.Arduino.Cc/Sbr/Working-With-Rgb-Led-A1e55d>

**ADPU,Riyaziyyat Fakültəsi.**

**Qrup: İNF2203B**

**Sadiqzadə Ruqiyyə Fuad**

**[sadiqzaderuqiye@gmail.com](mailto:sadiqzaderuqiye@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. M. V. Abdullayeva**

**İnformatika dərslərində süni intellekt alətlərinin tətbiqi**

**Plan:**

1. Giriş
2. Süni intellekt və təhsil: nəzəri əsaslar
3. İnformatika dərslərində süni intellekt alətlərinin tətbiqi

#### 4. Süni intellekt alətlərinin tətbiqinin üstünlükləri və çətinlikləri

#### 5. Nəticə

İnformatika dərslərində süni intellekt alətlərinin tətbiqi, müasir təhsil sistemində əhəmiyyətli bir mövzuya çevrilmişdir. Bu texnologiyalar, şagirdlərin öyrənmə prosesini fərdiləşdirərək onların yaradıcı və analitik bacarıqlarını inkişaf etdirməyə kömək edir.

Süni intellekt (AI), maşınların insan zəka və davranışlarını təqlid edərək öyrənmə, qərar vermə və problemləri həll etmə qabiliyyətini qazandığı texnologiyadır. AI-nin tətbiqi, təhsil prosesində həm şagirdlərin, həm də müəllimlərin işini asanlaşdırır, yeni tədris metodlarının tətbiqinə və öyrənmə nəticələrinin yaxşılaşdırılmasına imkan verir.

Süni intellekt alətləri informatika dərslərində şagirdlərin nəzəri biliklərini praktiki bacarıqlara çevirmə prosesini sürətləndirir və dərş prosesini daha interaktiv və maraqlı edir. **ChatGPT, GitHub Copilot, DALL·E, DeepL, Grammarly** kimi AI əsaslı proqramlar kod yazma, səhvlərin tapılması, mətnin tərcüməsi və vizual layihələndirmə sahələrində şagirdlərə real vaxt dəstəyi verir. Müəllimlər bu alətlərin köməyi ilə dərsləri fərdiləşdirə, tapşırıqları avtomatik qiymətləndirə və şagirdlərin zəif tərəflərini daha asan müəyyənəşdirə bilirlər. Süni intellekt alətlərinin informatika dərslərində tətbiqi şagirdlərin fərdi ehtiyaclarına uyğun öyrənmə mühiti yaradaraq onların motivasiyasını və dərşə marağını artırır. Bu texnologiyalar, məsələn ChatGPT, Copilot və Grammarly, şagirdlərə kod

yazmaqda, səhvləri tapmaqda və məlumatı düzgün təqdim etməkdə kömək edərək tədris prosesini sürətləndirir.

İnformatika dərslərində süni intellekt alətlərinin tətbiqi tədrisin keyfiyyətini artırmaqla yanaşı, şagirdlərin analitik və yaradıcı düşünmə bacarıqlarının inkişafına şərait yaradır. AI texnologiyalarının düzgün və məqsədyönlü istifadəsi müəllimlərin işini asanlaşdırır və öyrənmə prosesini daha səmərəli edir.

### **Ədəbiyyat:**

1. Əlizadə, E. Süni intellekt sistemləri. Bakı: Bakı Dövlət Universiteti Nəşriyyatı, 2019.
2. İsmayılov, E.M. Təhsildə rəqəmsal texnologiyalar və süni intellektin tətbiqi. Bakı: «Elm və təhsil», 2022.
3. Rzayev, R.S. Təhsildə informasiya texnologiyaları. Bakı, 2020.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: R1N2102B**

**Xəlilov Səxavət Zakir**

**[sexavet.xelilov020@gmail.com](mailto:sexavet.xelilov020@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. M. V. Abdullayeva**

### **Riyaziyyat dərslərində "Funksiya" mövzusunun tədrisində süni intellekt texnologiyalarının tətbiqi**

Müasir təhsil sistemində rəqəmsal texnologiyaların, xüsusilə süni intellektin tətbiqi tədris prosesinin səmərəliliyini artırmaqda mühüm rol oynayır. Riyaziyyat dərslərində, xüsusilə "Funksiya"

mövzusunun öyrədilməsində, şagirdlərin anlayışlarını vizuallaşdırmaq və interaktiv şəkildə mövzunu dərk etmələrini təmin etmək üçün texnologiyalardan istifadə zərurəti çevrilmişdir. Bu baxımdan, süni intellektin tətbiq olunduğu interaktiv platformalardan biri də **GeoGebra** proqramıdır. GeoGebra [6] funksiyaların qrafik təsvirini, dəyişənlər arasındakı əlaqəni və onların təsirini real vaxtda nümayiş etdirmək imkanı verərək həm müəllimlərin, həm də şagirdlərin tədris prosesində fəallığını artırır. Riyaziyyatın tədrisində şagirdlərin qrafik bacarıqlarını formalaşdıran «GeoGebra» tətbiqi proqramında funksiyalar mövzusunun tətbiqi tapşırıqlara aid çalışma həlli nümunələrini nəzərdən keçirək.

**Çalışma 1.**  $f(x) = \sin(5x - 7) + 3$  funksiyasının qrafikini qurun [5].

**Həlli:** Əvvəlcə Chrome brauzeri və ya istənilən brauzer vasitəsilə **GeoGebra** saytına giriş etməklə online şəkildə istifadə edə və ya tətbiqi kompüterə yükləyərək istənilən zaman tətbiqdən yararlanma bilərik. İlk mərhələdə biz tətbiqə giriş edirik. Sonra araşdırılan funksiyanın açılan pəncərədə «Giriş» sətrinə yazılması üçün kursoru həmin hissəyə klikləyərək funksiyanı yazırıq və bu zaman funksiya işarəsini proqram avtomatik olaraq yazır, yəni  $f(x)$ ,  $g(x)$  kimi işarələri yazmağımıza ehtiyac yoxdur və Ok əmr düyməsi sıxılan kimi qrafik avtomatik qurulur.

Beləliklə, monitorda  $f(x) = \sin(5x - 7) + 3$  funksiyasının qrafiki əks olunur.  $f(x) = \sin(5x - 7) + 3$  funksiyasının  $OX$  oxunu kəsmədiyi qrafikdən aydın görünür. «Full Screen» ikonundan istifadə etməklə funksiyanın qrafikini tam ekran rejimində təqdim etmək olar. Sağ aşağı küncdəki «Zoom» ikonları vasitəsilə düzbucaqlı koordinat sisteminin ölçülərini və eyni zamanda təsvirin miqyasını dəyişmək mümkündür. Mürəkkəb funksiyaların yazılışını daha əlverişli üsulla yazmaq

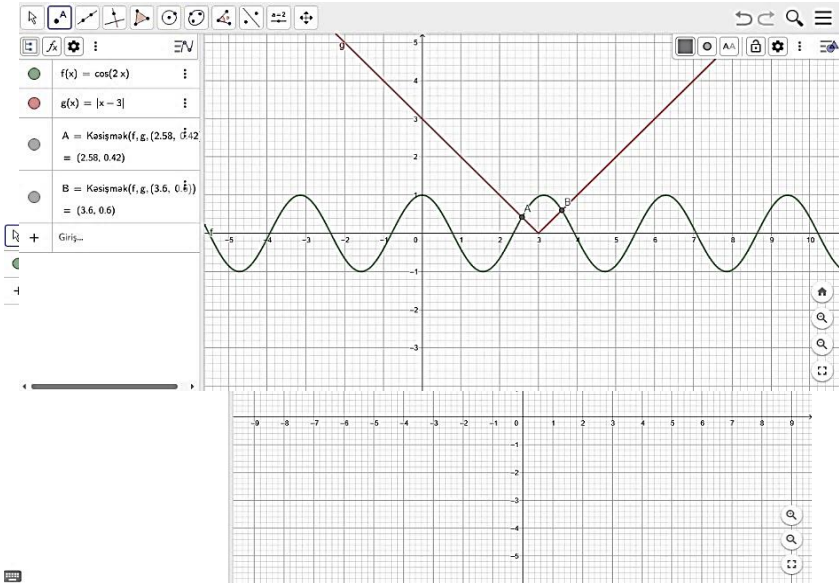
üçün isə sol aşağı küncdə yerləşən «Virtual Keyboard» ikonuna klikləməklə açılan klaviaturadan istifadə edilir (Şəkil 1).

Şəkil 1.

**Çalışma 2.** Eyni koordinat müstəvisində

$$f(x) = \cos 2x \text{ və } g(x) = |x - 3|$$

funksiyalarının qrafiklərini qurun və qrafiklərin kəsişmə nöqtələrini tapın [5].



**Həlli:** İki və ya daha çox funksiyanın bir qrafikdə təqdim edilməsi üçün əvvəl yazılmış funksiyanın aşağı sətrində yerləşən «Giriş» sətrinə kursoru klikləyərək funksiyanı yazırıq və Ok əmr düyməsi sıxılan kimi qrafiklər avtomatik qurulur. Sonra isə düzbucaqlı koordinat sistemində təsvir olunmuş qrafiklərin kəsişmə nöqtəsinə mausla kliklədikdə avtomatik olaraq nöqtələrin koordinatları da təqdim olunacaq. Hər bir funksiyanı

əvvəl onun qrafikinə düzbucaqlı koordinat müstəvisində hansı rəngdə təsvir olunacağı qeyd olunur (Şəkil 2).

**Şəkil 2.**

Qrafikdən də aydın görünür ki,

$f(x) = \cos 2x$  və  $g(x) = |x - 3|$  funksiyaları  $A$  və  $B$  nöqtələrində kəsişir və bu nöqtələrin də koordinatları uyğun olaraq  $(2,58; 0,42)$  və  $(3,6; 0,6)$  olaraq təqdim edilib.

Riyaziyyat dərslərində "Funksiya" mövzusunun tədrisində süni intellekt texnologiyalarının tətbiqi tədris prosesinin səmərəliliyini artırmaqla yanaşı, dərslərin müddətində vaxta qənaət baxımından da mühüm üstünlüklər yaradır. Süni intellekt texnologiyaları funksiyaların qrafiklərinin sürətli və dəqiq qurulmasını təmin edərək dərslərin zamanı vaxta əhəmiyyətli dərəcədə qənaət etməyə imkan yaradır. Ənənəvi dərslərin metodları ilə müqayisədə, süni intellekt alətləri fərdi yanaşmanı təmin edir, mövzuları avtomatlaşdırılmış şəkildə izah edir. Bu isə müəllimin tədris yükünü azaldaraq daha məqsədyönlü fəaliyyət göstərməsinə şərait yaradır. Nəticədə, həm müəllim, həm də şagird üçün tədris prosesi daha çevik, effektiv və məhsuldar olur. Beləliklə, süni intellektin tətbiqi tədrisdə vaxt itkisini minimuma endirərək, daha qısa müddətdə daha yüksək nəticələr əldə etməyə imkan verir.

**Ədəbiyyat:**

1. Abdullayeva Malahat Use of Activinspire software in solving world problems while teaching mathematics. "Pedaqoji Universitetin Xəbərləri" Bakı 2023, №3 (71).
2. Səfərova Q., Abdullayeva N. "Süni intellekt və onun təhsildə tətbiqi." *AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu Konfrans Materialları*, Bakı, 2022.
3. Süleymanov Q. və b. "Süni intellektin tətbiqi perspektivləri: nəzəriyyə və təcrübə." *Azərbaycan Elminin və Təhsilin İnkişafında Heydər Əliyev Epoxası*. Bakı, 2023.

4. Çevik, K. K., & Dandıl, E. (2012). Yapay Sinir Ağları İçin. NET Platformunda Görsel Bir Eğitim Yazılımının Geliştirilmesi. Bilişim Teknolojileri Dergisi, 5(1), 19-28.
5. Qəhrəmanova N. və b. Ümumtəhsil məktəbləri üçün 10-cu sinif riyaziyyat dərsləri. Bakı, Radius, 2022. Səh.134-163.
6. [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: INF2202-B**

**Muradova Aysel Əhməd**

**[aysel1225mv@gmail.com](mailto:aysel1225mv@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: dos. M. V. Abdullayeva**

## **STEAM təhsilində robototexnikanın integrasiyası və onun fənlərarası təsiri**

Açar sözlər: Robototexnika, ətraf mühitin davamlılığı, sinifdə tədris, STEAM

### **GİRİŞ**

Müasir təhsilin əsas məqsədlərindən biri tək-cə bilik ötürmək deyil, həm də şagirdlərin real həyatda qarşılaşdıqları problemlərə yaradıcı həllər tapa bilmələrini təmin etməkdir.

Bu məqsədləri reallaşdırmaq üçün STEAM təhsili və onun öyrənilməsində robototexnika mühüm rol oynayır. Robot

texnikasının alətləri, metodları və yanaşmaları həm fərdi, həm də fənlərarası STEAM təhsilinin bütün sahələrinin inkişafına kömək edir. Hazırkı iş STEAM təhsilində ən təsirli olan robotları işıqlandırmaq və təhsildə istifadə olunan robotları onların istifadə tezliyi, xüsusiyyətləri, çevikliyi, istehsalçısı, sensorları, proqram təminatı, proqramlaşdırma dili, əlaqə, təhsildə faydalılıq və onların dəyəri baxımından təsnif etmək məqsədi daşıyır. STEAM robotları təhsil müəssisələrində şagirdlərə abstrakt elmi, mühəndislik və texnoloji anlayışları real dünya ilə əlaqələndirməkdə kömək edir. Bir çox müəllim və şagird robotlardan tədris məqsədilə istifadə etməyi düşünmür, çünki robotlar daha çox oyuncaqlar, əyləncə və ya biznes alətləri kimi tanınır. Ancaq robototexnika çoxdisiplinli bir sahə olduğu üçün riyaziyyat, fizika, kimya, mexanika, biologiya, elektronika, incəsənət kimi müxtəlif sahələrin öyrənilməsində əhəmiyyətli rol oynaya bilər.

#### STEAM təhsilində robototexnikanın integrasiyası

Bu gün STEM təhsili sahəsində konkret təlim keçmiş peşəkar işçi qüvvəsinə artan tələbat var. Bu tələbat robot yarışlarının təşkil olunmasına səbəb olmuşdur. Orta və ali təhsil müəssisələrində təhsilin keyfiyyətinin artırılması zərurətə çevrilmişdir ki, bu da həmin işçi qüvvəsinin rəqabət qabiliyyətini yüksəldir. Hazırda dünyanın bir çox yerlərində, eləcə də, ölkəmizdə STEAM yarışları keçirilir. Bu yarışmalarda tələbələr qruplar şəklində müəyyən bir tapşırığı yerinə yetirən və ya konkret missiyanı həyata keçirən robotlar hazırlamaqla STEM təhsilini və ətraf mühitin davamlılığını təşviq etmək üçün yarışirlar. Bu yarışların təşkili gəncləri texnologiya və mühəndislik vasitəsilə dünyada fərq yaratmağa təşviq etmək, onların elm və riyaziyyat fənlərinə

marağını artırmaqda effektiv rol oynayır. Şagirdlərin dünyada dəyişiklik yarada biləcəklərinə inamı STEM təhsilinə olan baxışlarına ciddi təsir göstərir. Dünyanın müxtəlif bölgələrində keçirilən çoxsaylı robot yarışları – məsələn, FIRST League, RoboCup Junior, BotBall, və World Robot Olympiad iştirakçılara eyni anda həm məktəb kurikulumundakı praktiki bilikləri qiymətləndirməyə, həm də ünsiyyət, yaradıcılıq, tənqidi düşüncə, problem həlli, komanda işi və əməkdaşlıq bacarıqlarını inkişaf etdirməyə imkan verir. Eyni zamanda, bu yarışmalar şagirdlərin məntiqi düşünmə, komanda ilə işləmə və strateji planlaşdırma bacarıqlarını gücləndirərək onların innovasiya qabiliyyətlərini artırır və ətraf mühitə yaradıcı yanaşmalarını təşviq edir.

Ənənəvi elm tədrisi şagirdləri cəlb etməkdə və maraqlarını artırmaqda yetərli deyil, çünki bu yanaşma onların gündəlik həyat təcrübələrindən uzaqdır. STEAM dərslərində istifadə olunan robotlar isə müəllimlərə dərsləri **rəqəmsal və məsafədən** səmərəli şəkildə təşkil etmək üçün yeni imkanlar verir. Bundan başqa, robototexnika şagirdlərə **mühəndislik, proqramlaşdırma və texnoloji sistemlərin qurulması** üzrə əsas bilikləri qazanmaqda və mürəkkəb sistemlərlə işləməkdə dəstək olur.

Robototexnikanın ümumi tədrisə təsiri:

1. Texnologiyadan istifadə ilə bağlı inamı artırır;
2. STEM-in dünyadakı rolunu anlamağa kömək edir;
3. STEM sahələrinə dair ümumi anlayışı inkişaf etdirir.

Məktəblərdə STEAM dərslərində ən çox istifadə olunan robotlar:

1. Lego Education WeDo 2.0

İbtidai sinif şagirdləri üçün nəzərdə tutulmuş bu robot dəstləri ilə şagirdlər sadə mexanizmlər quraraq proqramlaşdırma bacarıqlarını inkişaf etdirirlər. 2020-ci ildən etibarən 12 məktəb bu dəstlərlə təmin olunmuşdur .

## **2. Q-Scout Təhsil Robotu**

Q-Scout, bütün yaş qruplarına uyğunlaşdırılmış, proqramlaşdırma və robototexnika sahəsində ilkin bilikləri öyrətmək üçün nəzərdə tutulmuş bir robot dəstidir. Bu robot, uşaqlar üçün cəlbedici dizayna malikdir və onların marağını artırmaq üçün xüsusi olaraq hazırlanmışdır .

## **3. VEX Robotics**

VEX Robotics, müxtəlif yaş qruplarına uyğun robototexnika dəstləri təqdim edir. Bu dəstlər vasitəsilə şagirdlər mühəndislik və proqramlaşdırma sahəsində praktiki bacarıqlar əldə edirlər

## **4. Sphero**

Sphero, proqramlaşdırma və robototexnika öyrənmək üçün istifadə olunan robot-kürədir. Bu robot vasitəsilə şagirdlər yazdıqları proqramların nəticələrini real vaxtda müşahidə edə bilirlər .

## **5. Makeblock – STEAM Robot Tədris Dəsti**

Makeblock, uşaqlar üçün nəzərdə tutulmuş, çoxdilli və açıq qaynaqlı kodlama dəstidir. Bu dəst vasitəsilə şagirdlər proqramlaşdırma və robototexnika sahəsində biliklərini inkişaf etdirirlər .

Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin təşəbbüsü ilə yaradılan STEAM İnnovasiya Mərkəzində şagirdlər müxtəlif robototexnika layihələri üzərində işləyərək praktiki bacarıqlar əldə edirlər. STEAM strategiyaları elmi fənlər arasında **dialog və integrasiyanı təşviq edən, bütün təhsil kontekstlərində mənə**

**yaratma prosesini** dəstəkləyən yanaşmadır. **STEAM yanaşması** elm, texnologiya, mühəndislik, incəsənət və riyaziyyat sahələrini birləşdirən **fənlərarası təhsil modeli** təklif edir. Uşaqları qloballaşan və texnologiyalaşan dünyada yaşamağa hazırlamaq üçün onları **birgə əməkdaşlığa** və **müxtəlif sahələrdə işləyə biləcək bacarıqlara** yiyələndirmək vacibdir.

### NƏTİCƏ

“Təhsil robotu” və ya digər adı ilə “robototexnika”, konstruktivist yanaşmaya əsaslanaraq şagirdlərin “ədərək öyrənməsində” şərait yaradır, çoxşaxəli sahə biliklərinin inteqrasiyasını təşviq edir və komandada işləmək bacarığını inkişaf etdirir — bütün bunlar isə ətraf mühitin davamlılığına yönəlmiş cəmiyyət məqsədlərinə çatmaq üçün vacibdir. Bu tədqiqatın nəticələri və aparılan ədəbiyyat təhlili göstərir ki, robototexnikanın təhsil sistemində inteqrasiyası STEM təhsili və ətraf mühitin davamlılığı sahəsində tədrisin səmərəliliyini əhəmiyyətli dərəcədə artırır. Lakin, bu sahədə tədris mütəxəssislərinin çatışmazlığının səbəblərindən biri odur ki, robototexnika üzrə dərs demək üçün müəllimlər robot qurma və proqramlaşdırma sahəsində ixtisaslaşmış olmalıdırlar. Bu da robototexnikanın geniş miqyasda tətbiqi üçün əlavə təlim və təhsil ehtiyacını ortaya qoyur

#### Ədəbiyyat:

1. [https://www.academia.edu/88855302/STEAM\\_Education\\_Integrating\\_Robotics\\_Into\\_a\\_STEM\\_Integrated\\_Approach](https://www.academia.edu/88855302/STEAM_Education_Integrating_Robotics_Into_a_STEM_Integrated_Approach)
2. [https://www.academia.edu/94390754/STEAM\\_and\\_Educational\\_Robotics\\_Interdisciplinary\\_Approaches\\_to\\_Robotics\\_in\\_Early\\_Childhood\\_and\\_Primary\\_Education](https://www.academia.edu/94390754/STEAM_and_Educational_Robotics_Interdisciplinary_Approaches_to_Robotics_in_Early_Childhood_and_Primary_Education)
3. [https://www.academia.edu/101840946/Robotics\\_in\\_STEAM\\_education](https://www.academia.edu/101840946/Robotics_in_STEAM_education)

4. Elçin Cavadov, Rəqsanə Məmmədova-STEAM İnteraktiv  
Təhsil.Bakı-2024

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2304B**

**Əzimova Günay Vahidovna**

**[azimovagunay2005@icloud.com](mailto:azimovagunay2005@icloud.com)**

**Elmi rəhbər: p.ü.f.d., b/m M. T. Rzayev**

### **Modul işarəsi daxil olan funksiyaların qurulması**

Məktəb riyaziyyat kursunda modul işarəsi daxil olan funksiyaların qurulması “Cəbr və funksiyalar” məzmun xəttinə daxil olan geniş mövzulardan biridir . Bu mövzunun öyrənilməsində şagirdlər müəyyən çətinliklərlə rastlaşırlar. Dərsliklərin təhlilindən aydın olur ki, bunun əsas səbəblərdən biri bu mövzunun dərslikdə ətraflı şərh edilməməsi ilə bağlıdır. Əgər bu iş elmi və metodik cəhətdən düzgün qurularsa mövzunun öyrənilməsində xüsusi çətinlik yaranmaz . Bunun üçün hər şeydən əvvəl cəmiyyətlərin moduluna verilən təriflərin düz xəttə nəzərən simmetriya və cüt funksiya anlayışından eləcə də funksiyanın qrafikinə qurulmasındakı , ümumi üsullardan istifadə etmək lazımdır. Bunun üçün aşağıdakı halları nəzərdən keçirək.

**1-ci hal)**  $y = f(x)$  funksiyanın qrafikinə əsasən

$y = |f(x)|$  funksiyanın qurulması

$f(x) \Rightarrow |f(x)|$  ədədin və funksiyanın moduluna verilən təriflərdən istifadə etsək, verilmiş şərtlər daxilində

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \\ -f(x), & f(x) < 0 \end{cases}$$

Fərz edək ki,  $M_0(x_0, y_0)$  nöqtəsi  $y=f(x)$  -in qrafikinin nöqtəsidir. Onda  $y_0=f(x_0)$

1.  $y_0 \geq 0$  onda

$|y_0| = y_0 \Rightarrow |f(x_0)| = f(x_0) = y_0$  deməli  $y_0 = |f(x_0)|$  bu münasibətin ödənilməsi onu göstərir ki,  $M_0(x_0, y_0)$  nöqtəsi eyni zamanda  $y = |f(x)|$  -in nəticəsidir.

Bu  $\overline{M_0}(x_0, y_0)$ - ində  $y = |f(x)|$  funksiyanın qrafikinə aid olduğunu göstərir.

Nəticəyə gəlirik ki,  $y = f(x)$ -in qrafininin köməyi ilə  $y = |f(x)|$ in qrafikini qurmaq üçün  $y = f(x)$  qrafikini qurmaq  $y=f(x)$  funusiyən qrafikinin OX oxu üzərində və ondan yuxarıda qalan hissəsinin eynilə saxlamaq,  $y=f(x)$  funusiyən qrafininin OX oxundan aşağıda yerləşən hissəsini OX oxuna simmetrik olaraq həmin oxdan yuxarıda əks etdirmək lazımdır.

Buradan aydındır ki,  $y = |f(x)|$  funksiyanın OX oxundan aşağıda heç bir nöqtəsi ola bilməz.

olaraq yuxarıya əks etdirərək şəkildə bütöv xətlərlə göstərilmiş əyri alarıq. Həmin əyri  $y = |\sin x|$  funsiyasının qrafikidir.

**2ci hal)**  $y = f(x)$  funksiyanın qrafikinə əsasən  $y = f(|x|)$  funsiyasının qrafikinə qurulması.

$f(x) \Rightarrow f(|x|)$  Əgər  $|-x| = |x|$  olduğunu nəzərə alsaq onda  $y = f(|x|)$  funksiyası cüt funksiya olacaq. Doğurdanda  $x, y = f(|x|)$  funksiyanın təyin oblastına daxildirsə onda,  $-x$ -də bu funksiyanın təyin oblastına daxildir. Yəni  $y = f(|x|)$  funksiyanın təyin oblastı koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.  $x > 0$  olduqda  $|x| = x$  olduğundan  $f(|x|) =$

$f(x)$ . Deməli  $[0: +\infty)$  intervalında  $y = f(x)$  və  $y = f(|x|)$  - in qrafiki üst-üstə düşür.  $y = f(|x|)$  - in qrafikini  $(-\infty: 0]$  intervalına düşən hissəsini almaq üçün bu funksiyanın qrafikinin  $[0: +\infty)$  intervalında yerləşən hissəsinin OY oxuna simmetrik olaraq əks etdirmək lazımdır. Beləliklə  $y = f(|x|)$  funksiyasının qrafikini qurmaq üçün  $y = f(x)$  funksiyasının qrafikini qurub, həmin qrafikin OY oxundan solda yerləşən hissəsini silmək, qrafikin OY oxu üzərində və ondan sağda yerləşən bütün nöqtələri olduğu kimi saxlamaq,  $y = f(x)$  funksiyasının qrafikini OY oxundan sağ tərəfdə yerləşən hissəsini bu oxa simmetrik olaraq sol tərəfə əks etdirmək lazımdır.

### **Ədəbiyyat:**

1. Xəlilov H.M., Məmmədov R.H. və b. Riyaziyyat I. Bakı, 1993.
2. Koçetkov Y.S., Koçetkova Y.S. Cəbr və elementar funksiyalar I və II hissə. Bakı, 1971.
3. Məmmədov R.H. Tənliklər və bərabərsizliklər. Bakı, 1991.
4. Мирошникова М.М., Ожегов В.Б., Черкас Л.А. Контроль знаний по математике с применением ЭВМ. М., 1990.
5. Виленкин Н.Я., Гутер Р.С., и др. Алгебра. М., 1972.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi**

**Qrup: RZM2302b**

**Yusifzadə Məryəm Namiq**

**[yusifzadmrym@gmail.com](mailto:yusifzadmrym@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: b \m. V. M. Məmmədov**

## Nyuton-Simpson düsturu ilə piramidanın həcmnin hesablanması

Əvvəlcə Nyuton-Simpson düsturu barəsində məlumat verək. Fiqurların həcmnin tapılmasına aid üsullardan birini qeyd edək. Fərz edək ki, bizə hər hansı bir fiqur verilib və bu fiqur müstəvi ilə kəsilib. Bu fiquru kəsik konus götürərək ,radiusu  $r$  və  $R$  olan və  $h$  hündürlüyündən ibarət bu konusun , müstəvidən  $x$  məsafədə yerləşən kəsiyin sahəsini hesablayaq.

$$MN=x, \quad AH=h-x$$

$$MC=y, \quad AN=h$$

olarsa , burada oxşar üçbucaqlar

alar və oxşarlıq əlamətinə görə:

$$\frac{y}{R-r} = \frac{h-x}{h} \rightarrow y = (R-r) \frac{h-x}{h}$$

Müstəvi kəsiyinin sahəsi ;

$$S = \pi(r + y)^2 = \pi \left( r + (R-r) \frac{h-x}{h} \right)^2 = S(x)$$

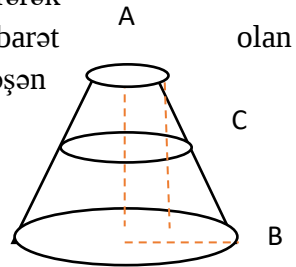
$S(x)$  kvadrat üçhəddli olduğundan  $S(x) = ax^2 + bx + c$  belə fiqurun həcmi tapmaq.  $n$  konqruent hissələrə bölərək , oradan müstəvi keçirsək  $n$  sayda hissə əmələ gələcək Onların sahələrini  $S(1), S(2), \dots, S(n)$  ilə işarə edək. Alt oturacaq ilə keçirdiyimiz müstəvi arasındakı məsafə  $x(1), x(2), \dots, x(n)$  olsun.

Aydındır ki , bu məsafələr arasında belə bir qanunauyğunluq var

$$x(1) = \frac{h}{n}$$

$$x(2) = 2x(1) = \frac{2h}{n} \quad (1)$$

Şəkil 1



bu ifadələrdən istifadə edərək kəsiklərin sahələrini tapa bilərik.  
 $x(n)=nx(n-1)=\frac{nh}{n}$  Bunun üçün (1) hər bir hədlərini  $S(x)$  da yerinə yazıb, müstəvi ilə arasındakı məsafələrin hər birinə vururuq. Nəticədə  $V(1), V(2), \dots V(n)$  həcimlərini tapmış oluruq. Sonuncu  $V(n)$  ifadəsinə baxsaq

$$V'(n)=x(n) \cdot s(n)=\frac{nh}{n} \left( a \frac{n^2 h^2}{n^2} + b \frac{nh}{n} + c \right)$$

Bu ifadəni açıb sadələşdirdikdən sonra limit ifadəsi həcmi verəcək. Alınan nəticə ;

$$V=\frac{h}{6}(2ah^2+3bh+6c) \quad (2)$$

Əlavə olaraq  $S(x)$  ifadələrindən  $x=0, x=\frac{h}{2}, x=h$  yazaraq  $S(alt)$ ,  $S(ort)$  və  $S(üst)$  ifadələrinin cəmi qiymətini (2) də yazıb aşağıdakı Nyuton-Simpson dusturunu alırıq ;

$$V=\frac{h}{6}((alt) + 4S(ort) + S(üst)) \quad (3)$$

İndi isə bundan istifadə edərək piramidanın həcmi tapmaq.

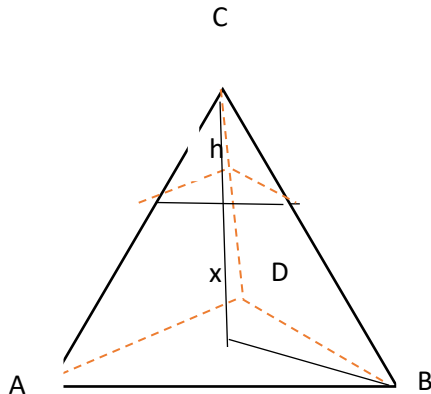
Tutaq ki , piramidanın oturacağıın sahəsi  $S$ , hündürlüyü isə  $h$ -dir. Bu piramidadan bir müstəvi keçirilib. Müstəvi ilə bu kəsiyin sahəsini  $S(x)$  olsun . (3) düsturundan istifadə edərək piramidanın həcmi tapı bilərik. Bilirik ki ,

$$\frac{S(x)}{S}=\frac{x^2}{h^2} \rightarrow S(x)=S \cdot \frac{x^2}{h^2}$$

Nyuton-Simpson düsturunu tətbiq etsək ;  $S(1)=0$  ,  $S(2)=S$  ,  $S(3)=\frac{1}{4}S$

$$V = \frac{h}{6}(S(1) + 4S(\frac{h}{2}) + S(2)) = \frac{h}{6}(0 + 4\frac{1}{4} + S) = \frac{1}{3}S$$

$$V = \frac{1}{3}Sh \text{ alınar.}$$



**Ədəbiyyat:**

Şəkil 2

1. A.S. Adı Gözəlov, T.M. Əliyeva. Elementar həndəsə.
2. A.İ. Quliyev, Elementar həndəsə.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM 2302B**

**Əzimova Aynurə Şahin**

**[aynureezimova24.09@gmail.com](mailto:aynureezimova24.09@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: b.m. V. M. Məmmədov**

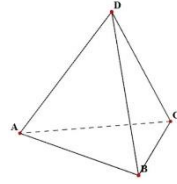
**Düzgün çoxüzvlər, növləri və qurulması**

Tərif. Bütün üzvləri bərabər düzgün çoxbucaqlılar olan və hər bir təpəsindən eyni sayda tıl çıxan qabarıq çoxüzvlüyə düzgün çoxüzvlü deyilir.

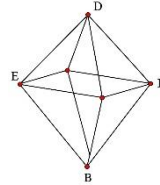
Ancaq beş növ çoxüzrlü var. Çoxüzrlü bucaqda ən az üç til ola bilər. Aşağıdakı hallara baxaq.

1. Düzgün çoxüzrlünün üzləri düzgün üçbucaqlardır:  $x=60^\circ$ . Onda,  $n \times 60^\circ < 360^\circ$  (1) olmalıdır. (1) bərabərsizliyini  $n=3,4,5$  natural həlləri məsələnin şərtini ödəyir. Ona görə də düzgün üçbucağın bucaqlarına konqruent olan müstəvi bucaqlardan ancaq üç növ qabarıq çoxüzrlü əmələ gələ bilər. Düzgün çoxüzrlünün üzləri düzgün üçbucaqlar olarsa, çoxüzrlünün təpəsində ya 3 til, ya 4 til, ya da 5 til birləşə bilər. Bunu aşağıdakı kimi qruplaşdırmaq olar:

1) Düzgün dördüzrlü – tetraedr. Tetraedrin səthi 4 düzgün üçbucaqdan əmələ gəlir. Onun 4 üzü, 4 təpəsi, 6 tili var və simmetriya mərkəzi yoxdur.

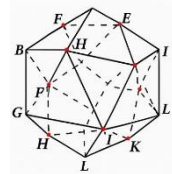


2) Düzgün səkkizüzrlü – oktaedr. Oktaedrin səthi 8 düzgün üçbucaqdan əmələ gəlir. Onun 8 üzü, 6 təpəsi, 12 tili və 1 simmetriya mərkəzi var.

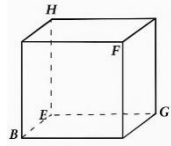


3) Düzgün iyirmiüzrlü – ikosaedr. İkosaedrin səthi 20 düzgün üçbucaqdan əmələ gəlir. Onun 20 üzü, 12 təpəsi, 30 tili və 1 simmetriya mərkəzi var.

2. Düzgün çoxüzrlünün üzləri düzgün dördbucaqlıdır. Onda  $x=90^\circ$ ,  $n \times 90^\circ < 360^\circ$  bərabərsizliyinin məsələnin şərtini ödəyən həlli  $n=3$ -dür.

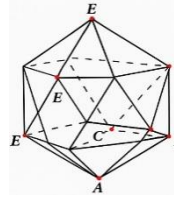


Yəni, çoxüzlünün üzləri kvadrat olduqda, onların hər təpəsində 3 til birləşə bilər. Alınan çoxüzlüyə düzgün döndürlü və ya hekşaedr və yaxud kub deyilir. Kubun 6 üzü, 8 təpəsi, 12 tili və 1 simmetriya mərkəzi var.



Düzgün çoxüzlünün üzləri düzgün beşbucaqlıdır. Onda  $x=108^\circ$ ,  $n \times 108^\circ < 360^\circ$  bərabərsizliyinin tələb olunan həlli 3-dür.

Yəni, düzgün çoxüzlünün üzləri beşbucaqlı olduqda bir təpədə yalnız 3 til birləşə bilər. Alınmış çoxüzlüyə düzgün onikiüzlü və ya dodekaedr deyilir. Dodekaedrin 12 üzü, 20 təpəsi, 30 tili və 1 simmetriya mərkəzi var.



Beləliklə yalnız yuxarıda göstəriləyi kimi 5 növ düzgün çoxüzlü var.

Düzgün çoxüzlülərin qurulması. Yuxarıda aparılan mühakimələrdən nəticə çıxarmaq olmaz ki, bu 5 düzgün çoxüzlüdən hər birini qurmaq mümkündür.

Kubun qurulması üsulunu göstərmək asandır. Tutaq ki, P müstəvisi verilmişdir və bu müstəvidə hər hansı bir kvadrat götürək. Həmin kvadratın tərəfindən P müstəvisinə perpendikulyar olan müstəvilər keçirək. Bu cür dörd müstəvi alınacaqdır. Sonra P müstəvisindən kvadratın tərəflərinə bərabər məsafədə, bu müstəviyə paralel Q müstəvisini keçirək. Alınan 6 müstəvi kubun üzlərini əmələ gətirir, cüt-cüt kəsişən müstəvilərin on iki kəsişmə düz xətti kubun tillərini və kəsişən hər üç müstəvinin 8 kəsişmə nöqtəsi kubun təpələri olur.

Düzgün tetraedrin qurulması. Tutaq ki, hər hansı kub verilmişdir. Onun ixtiyari bir  $A$  təpə nöqtəsini götürək. Bu nöqtədə kubun hər bir üzünü birləşir.  $A$  nöqtəsinin qarşısındakı üzlərin təpə nöqtələrini götürək. Onlar  $B, C$  və  $D$  olsun.  $A, B, C$  və  $D$  nöqtələri düzgün tetraedrin təpələri olar. Doğrudan da  $AB, BC, CD, AD, BD$  və  $AC$  düz xətt parçaları kubun hər bir üzünün diaqonalıdır və bu parçalar bir-birinə bərabərdir. Buradan alınır ki,  $A$  təpə nöqtəsi oturacağı  $BCD$  olan üzləri düzgün üçbucaq olan piramidadır. Bu düzgün piramida isə tetraedrdir.

**Ədəbiyyat:**

A.S.Adıgözəlov, T.M. Əliyeva, A.İ. Quliyev, M.T. Rzayev, Z.Ş. Qardaşova, Elementar həndəsə, ADPU, Bakı-2017, 285 səhifə

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2301B**

**Məhərrəmov Elman Elçin**

**[elmanmeherremov14@gmail.com](mailto:elmanmeherremov14@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: b.m. V. M. Məmmədov**

**Kəsik konusun həcmnin hesablanması**

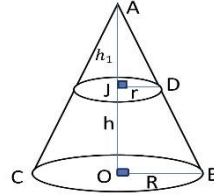
**Plan:**

- 1. Düz dairəvi konusun həcmnin düsturundan istifadə edib düz dairəvi kəsik konusun həcmnin hesablanması**
- 2. Düz elliptik konusun həcmnin hesablanması**
- 3. Düz elliptik konusun həcmi düsturu ilə düz elliptik kəsik konusun həcmnin hesablanması**

Şəkildəki kimi düz dairəvi konus götürək və onu Oturacağa paralel müstəvi ilə kəsək.

Aşağıdakı alınmış

Düz dairəvi kəsik konusun həcmi  $V$ , yuxarıda kəsib götürdüyümüz kiçik düz dairəvi konusun həcmi  $V_1$  və ilk götürdüyümüz böyük düz dairəvi konusun həcmi  $V_2$  olsun.



Məlumdur ki,  $V_2 = \frac{1}{3}(h + h_1)\pi R^2$  və  $V_1 = \frac{1}{3}r^2\pi h_1$  dir.

Burada  $R$  düz dairəvi kəsik konusun böyük oturacağının,  $r$  isə kiçik oturacağının radiusları,  $h$  düz dairəvi kəsik konusun hündürlüyü,  $h_1$  isə kəsilib götürülmüş kiçik düz dairəvi konusun hündürlüyüdür. Onda  $V_2 - V_1$  olar. Buradan  $V = \frac{1}{3}\pi[(h + h_1)R^2 - r^2h_1]$  alınacaq.

Digər tərəfdən  $\triangle AJD$  və  $\triangle AOB$  oxşar olduğu üçün, oxşarlıqdan  $\frac{h_1}{h+h_1} = \frac{r}{R}$  olar. Buradan

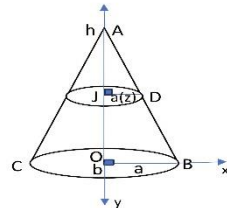
$h_1 = \frac{rh}{R-r}$  alınır. Bu ifadəni yuxarıdakı kəsik konusun həcmi üçün

aldığımız ifadədə yerinə yazsaq alarıq ki,  $V = \frac{1}{3}\pi \left[ \left( h + \frac{rh}{R-r} \right) R^2 - r^2 \frac{rh}{R-r} \right]$ . Bu ifadəni sadələşdirsək

$V = \frac{1}{3}\pi h \left( \frac{R^3 - r^3}{R-r} \right)$  alarıq.  $R^3 - r^3$  açılışından :  $V = \frac{1}{3}\pi h (R^2 + Rr + r^2)$  alarıq.

İndi isə fərz edək ki, konusun oturacağı dairə deyil ellipsdir. Onda bu konus düz elliptik konus olacaq. Əvvəlcə düz

elliptik konusun həcmi hesablamagı öyrənək:



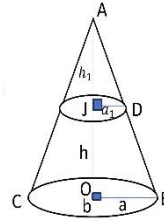
Elə düzbucaqlı koordinat sistemi seçək ki, koordinatbaşlanğıcı ellipsin mərkəzi,  $x$  və  $y$  oxları isə  $a$  və  $b$  oxları ilə, konusun hündürlüyü isə  $z$  oxu ilə üst-üstə düşsün. İndi isə düz elliptik konusun hər bir  $z$ -ci səviyyəsində kəsiklərin sahəsini  $S(z)$ , yarım oxları isə  $a(z)$  və  $b(z)$  ilə işarə edək.  $\triangle ADF$  və  $\triangle ABC$  nin oxşarlığından yazı bilərik.

$$\frac{h-z}{h} = \frac{a(z)}{a} \text{ olur. Buradan } a(z) = a - \frac{za}{h} \text{ olar.}$$

Analoji olaraq  $b(z) = b - \frac{zb}{h}$  yazı bilərik. Buradan

$$\text{ilə } S(z) = a(z) \cdot b(z) \cdot \pi = \pi \left( a - \frac{za}{h} \right) \left( b - \frac{zb}{h} \right) = \pi \left( ab - \frac{2abz}{h} - \frac{abz^2}{h^2} \right) \text{ olacaq. Onda}$$

$$V = \int_0^h S(z) dz = \frac{1}{3} \pi abh \text{ alarıq.}$$



İndi bir düz elliptik konus götürək və onu oturacağa parallel bir müstəvi ilə kəsək. Alınan düz elliptik kəsik konusun hündürlüyünü  $h$ , böyük oturacağının oxlarını  $a$  və  $b$ , kiçik oturacağı-nın oxlarını isə  $a_1$  və  $b_1$  ilə həcmi isə  $V$  ilə işarə edək. Kəsib götürülmüş kiçik düz elliptik konusun hündürlüyü  $h_1$ , həcmi isə  $V_1$  işarə edək. Ən böyük düz elliptik konusun həcmi isə  $V_2$  olsun.

Yuxarıda isbat etdiyimiz düsturdan aydındır ki ,

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi (h + h_1) ab, \quad V_1 = \frac{1}{3} \pi h_1 - a_1 b_1 \quad \text{və} \quad V = V_2 - V_1.$$

$$\triangle AJD \text{ və } \triangle ABO \text{ nun oxşarlığından: } \frac{h_1}{h+h_1} = \frac{a_1}{a} \quad \text{və} \quad h_1 = \frac{ha_1}{a-a_1}$$

$$\text{Analoji olaraq } h_1 = \frac{hb_1}{b-b_1} \text{ dir.}$$

Onda bunu yuxardaki düsturlarda yerinə qoyub hesablasaq:

$$V = \frac{1}{3} \pi \left[ \left( h + \frac{ha_1}{a-a_1} \right) ab - \frac{hb_1 a_1^2}{a-a_1} \right] \text{ Alarıq.}$$

Bu ifadəni sadələşdirsək,

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{a^2b-b_1a_1^2}{a-a_1}\right) \text{ kimi bir ifadə alırıq.}$$

### **Ədəbiyyat:**

- 1.Əliyev H.Ə. – Həndəsə və onun tətbiqləri, Bakı, Maarif, 2010.
- 2.Stewart J. – Calculus: Early Transcendentals, Cengage Learning, 2016.
- 3.Sadıqov M.S. – Ali riyaziyyat: Həndəsə və analitik həndəsə, Bakı, Elm, 2005.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2302B.**

**Çıraqova Rahidə Yunis**

**[rahideciragova@gmail.com](mailto:rahideciragova@gmail.com)**

**Elmi rəhbər: b/m. V. M. Məmmədov**

### **Oxşar çoxbucaqlılar. Oxşar çoxbucaqlıların sahələri nisbəti.**

Əvvəlcə çoxbucaqlı anlayışını verək.

Çoxbucaqlı-qapalı sınıq xətt kimi təyin olunan həndəsi fiqurdur. Onun 3 müxtəlif tərifini verə bilərik.

- 1.Qapalı müstəvi sınıq xətt.
- 2.Öz-özünü kəsməyən qapalı müstəvi sınıq xətt.
- 3.Sınıq xətlə əhatələnmiş müstəvi hissəsi.

Çoxbucaqlını əmələ gətirən sınıq xəttin təpə nöqtələri çoxbucaqlının təpə nöqtələri, parçalar isə çoxbucaqlının tərəfləri adlanır. Çoxbucaqlının bir tərəfinin uc nöqtələrinə onun qonşu təpə nöqtələri deyilir. Qonşu olmayan təpə nöqtələrini birləşdirən parça çoxbucaqlının dioqanalı adlanır. Çoxbucaqlının təpə nöqtəsinin sayından asılı olaraq, üçbucaqlı, dördbucaqlı, beşbucaqlı, ümumiyyətlə  $n$  təpə nöqtəsi varsa  $n$ -bucaqlı adlanır.

Çoxbucaqlının növlərindən asılı olaraq xassələri aşağıdakı kimi olar.

1.  $n$ -bucaqlının dioqanallarının sayı  $\frac{n(n-3)}{2}$  –yə bərabərdir.

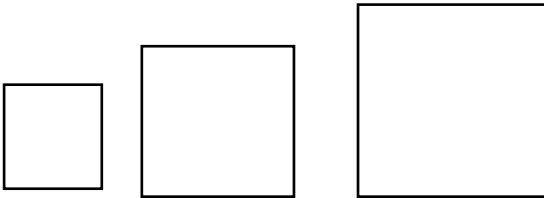
2. Daxili bucaqlarının cəmi  $180^\circ(n - 2)$  –yə bərabərdir.

3. Xarici bucaqlarının cəmi  $360^\circ$  –yə bərabərdir.

4.  $n$ -bucaqlının bir təpəsindən çıxan dioqanallarının sayı  $(n - 3)$  –ə bərabərdir.

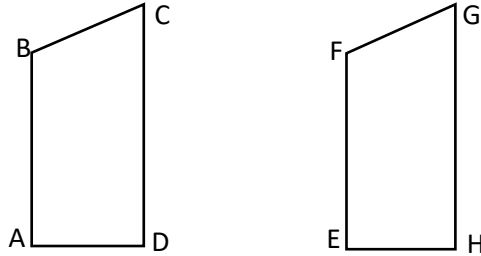
İndi isə oxşar fiqurlar haqqında məlumat verək.

Tərif: Tərifə görə oxşar fiqurlar formaca eyni olsa da ölçüləri müxtəlif olan fiqurlara deyilir.



Tərif: Uyğun bucaqları konqruyent, uyğun tərəfləri mütənasib olan çoxbucaqlılara oxşar çoxbucaqlılar deyilir.  
 $\angle A \cong \angle E$  ,  $\angle B \cong \angle F$  ,  $\angle C \cong \angle G$  ,  $\angle D \cong \angle H$

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$$



Uyğun bucaqları konqruyent, uyğun tərəfləri mütənasib olan üçbucaqlara oxşar üçbucaqlar deyilir. Burada uyğun tərəflər dedikdə konqruyent bucaqların qarşısında duran tərəflər nəzərdə tutulur. Fiqurların oxşarlığı “~” işarəsi ilə yazılır. Uyğun tərəflərin nisbətində oxşarlıq əmsalı deyilir və k hərfi ilə işarə edilir. Üçbucağın üç oxşarlıq əlaməti var. 1.BB , 2.TTT , 3.TBT əlamətləri.

Oxşar çoxbucaqlılar özünü oxa nəzərən mərkəzi simmetriyada, dönmədə, sürüşmədə, homotetiyada daha qabarıq göstərir. Homotetiyada oxşar fiqurlarda iki nöqtə arasındakı məsafə eyni ədəd dəfə dəyişir. Bu isə oxşarlıq çevrilməsi adlanır. Bu halda oxşarlıq əmsalından asılı olaraq fiqur “böyüyür”, “kiçilir” , əvvəlki fiqura konqruyent olur.

1.  $k > 1$  olduqda, fiqur ilkin fiqura görə böyüyür.
2.  $0 < k < 1$  olduqda, fiqur ilkin fiqura görə kiçilir.
3.  $k = 1$  olduqda, fiqur ilkin fiqura konqruyent olur.

Oxşar çoxbucaqlıların sahələri nisbəti oxşarlıq əmsalının kvadratına bərabərdir. Məsələn: Oxşar dördbucaqlıların uyğun tərəflərinin nisbəti  $a \div b$  olarsa, bu dördbucaqlıların sahələri nisbəti  $a^2 \div b^2$  olar. Başqa sözlə sahələri  $S_1$  və  $S_2$  olan iki oxşar çoxbucaqlı  $k$  əmsalı ilə oxşardırsa, onda  $\frac{S_1}{S_2} = k^2$  olar.

### **Ədəbiyyat**

1. M.H.Yaqubov, T.X.İsmayılov. Riyaziyyat dərsləri vəsaiti.
2. A.S.Adıgözəlov, T.M.Əliyeva. Elementar Həndəsə.

**ASPU, Faculty of Mathematics.**

**Group: MATH2301B.**

**Ellazova Ainur Arif**

[ellazova.ainur@gmail.com](mailto:ellazova.ainur@gmail.com)

**Supervisor: teacher. S. A. Hasanli**

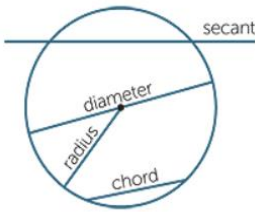
**The use of concepts such as area, perimeter, radius and diameter of a circle in engineering and physics.**

**Article Outline:**

- 1. Basic concepts and properties of a circle**
- 2. The use of the concepts of a circle in engineering and physics**
- 3. Conclusion**

A circle is one of the most important geometric figures found in nature, science and technology. Circle – “circulus” – is a Latin word, from which comes “compass”, without which we would not have constructed a circle. Circles occur both in the natural world and in creations produced by humans in actual life. The use of a circle starts from the tip of the pen to the shape of planets. Camera lenses, pizzas, Ferris wheels, rings, steering wheels, cakes, pies, buttons, etc. are some real-life examples of circles.

### Some basic concepts and properties of a circle



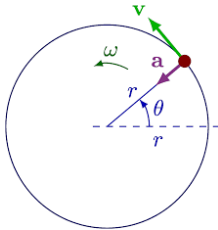
A **circle** is the set of all points in the plane that are a fixed distance (**the radius**) from a fixed point (**the centre**).

A **chord** is a segment connecting two points on the circle. An **arc** is the part of the circle between two of its points. A

**sector** is the part of the circle bounded by the arc and two radii. In the given figure the arc rests on the chord AB. The length of the arch is equal to:

$l_{AB} = 2\pi R \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$ , where  $\frac{\alpha}{360^\circ}$  shows what part of the entire circle the arc occupies. The **area** of the circle is found by the following formula:  $A = \pi R^2$

### The use of the concepts of a circle in physics and engineering



Radius of a circle is used **In Engineering and Physics**. Engineers use radius when building circular structures such as arches, domes, and vaults. In physics, radius helps calculate forces and the motion of objects. The use of diameter **In Engineering and Physics**. In

physics, the diameter of a circle helps determine the speed and

acceleration of an object moving along a circular path. In engineering, the diameter of a circle is used to determine the dimensions of various objects, including gears, pulleys, and wheels. The area of a circle is important in the natural sciences and engineering because **circular shapes are widely used in these fields**. For example, circular wheels and gears are used in the design of mechanisms that require uniform motion or the transmission of force.

### **Conclusion**

The circle is not only a basic geometric figure, but also a key concept in mathematics, physics, and engineering.

### **REFERENCE:**

Кисилев А.П. “Геометрия” Москва, 2013.

**ASPU, Faculty of Mathematics**

**Group: Math2301b**

**Imamquliyeva Brilyant Qiyas**

[brilyantimamquluyeva@gmail.com](mailto:brilyantimamquluyeva@gmail.com)

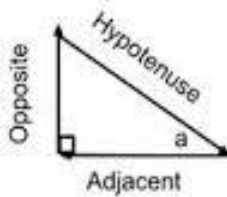
**Scientific Advisor: teacher. S. A. Hasanli**

## **Circle and Trigonometry**

Trigonometry first appeared in ancient civilizations, especially in ancient Greece, India, and Babylon. The term trigonometry originates from the Greek words *trígōnon*, meaning "triangle," and *metron*, meaning "measure." Combined, they form *trigōnometria*, which translates to "triangle measurement." The

German mathematician and theologian Bartholomaeus Pitiscus published a work titled Trigonometria in 1595, marking the first known use of the word in a mathematical context. Trigonometry has its roots in the study of triangles and their properties, particularly the relationships between their angles and sides.

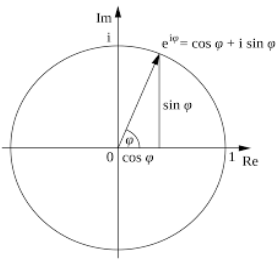
**For a Right-Angled Triangle**  
(using Trigonometric ratios)



$$\begin{aligned}\text{Sine } a &= \frac{\text{Opposite}}{\text{Hypotenuse}} \\ \text{Cosine } a &= \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypotenuse}} \\ \text{Tangent } a &= \frac{\text{Opposite}}{\text{Adjacent}}\end{aligned}$$

### *The Role of The Circle in Trigonometry*

The circle, especially the unit circle, plays a central role in trigonometry, providing a geometric framework for defining trigonometric functions and understanding their properties. The circle, through the concept of the unit circle, is integral to trigonometry .



### *A Unit Circle and Trigonometric Functions*

A unit circle is a circle with a radius of one unit, centered at the origin (0,0) of the Cartesian coordinate system. Its equation is:  $x^2 + y^2 = 1$  Any point on the unit circle has coordinates  $(\cos \theta, \sin \theta)$ , where

$\theta$  is an angle measured from the positive x-axis. A unit circle not only defines the trigonometric functions but also provides insights into their properties, identities, and applications in mathematics and fields.

Trigonometric identities are fundamental equations involving trigonometric functions that simplify complex expressions and solve equations.

For example Pythagorean identity comes from the unit circle, where the coordinates on the circle are

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

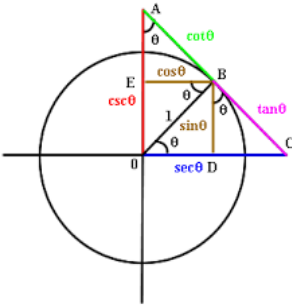
Extending to All Angles and Periodicity: The unit circle allows us define trigonometric functions for any angle, not just between  $0^\circ$  and  $90^\circ$ . Sine and cosine functions repeat their values in a cycle. The circle helps us visualize this repeating pattern clearly.

The Euler's formula plays a key role in advanced mathematics, particularly in the study of complex numbers. This concept is essential in fields such as engineering, physics, and signal processing, where rotational and wave-like behaviors are modeled using trigonometric and exponential functions. any real number.

### ***Trigonometric Functions***

**Trigonometric** Functions are mathematical functions that are fundamental in various fields of science and engineering due to their ability to model periodic phenomena, describe geometric relationships.

Trigonometric function on a unit circle:



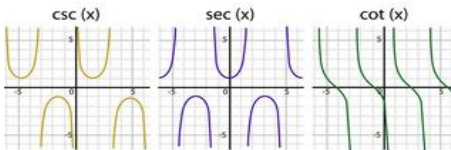
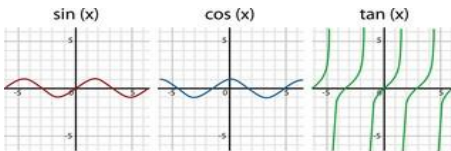
$$\sin \theta = y$$

$$\cos \theta = x$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{x}{y}$$

Graphs of trigonometric functions:



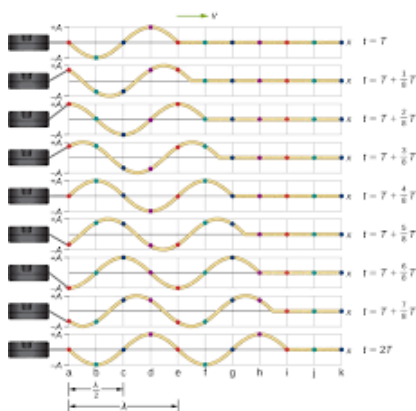
shutterstock.com · 1617777460

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} = y$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = x$$

The properties of trigonometric functions can be clearly illustrated through their graphs.

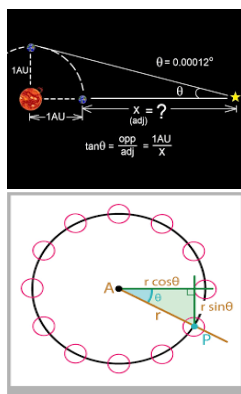
## Why is trigonometry essential in mathematics and science?



Trigonometry forms the foundation for analyzing periodic phenomena such as sound waves, light waves, and oscillations, which are essential in physics and engineering. It is also crucial in calculus for solving integrals and differential equations. In geometry, it

enables the calculation of distances and angles in both 2D and 3D spaces. These applications make trigonometry a fundamental tool in scientific analysis and mathematical modeling.

## Significance of trigonometry in real life



Trigonometry plays a vital role in real-life applications by offering mathematical tools to solve problems involving angles, distances, and periodic behavior. It is widely used in architecture, engineering, and physics to design structures, model wave motion, and analyze mechanical systems. Trigonometry is also essential in navigation, astronomy, computer graphics, and medical imaging,

where it helps interpret spatial and periodic patterns. These diverse applications emphasize its significance in both theoretical and applied sciences.

### **References:**

1. Trigonometry Short Course Tutorial – Governors State University.
2. Notes for Math 112: Trigonometry – Oregon Institute of Technology.
3. Trigonometry Notes – Texas Tech University.
4. Lecture Notes 9: The Trigonometric Functions – Purdue University Northwest.
5. Algebra and Trigonometry – Michael Sullivan Algebra.
6. Trigonometry, 4th Edition – Stewart, Redlin, Watson.

**ASPU, Faculty of Mathematics.**

**Group: Math2301B**

**Kazimova Khandim Elshan**

[khandimkazimova@gmail.com](mailto:khandimkazimova@gmail.com)

**Scientific Advisor: teacher. S. A. Hasanli**

### **Application of triangles in daily life and technology.**

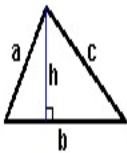
The triangle, as one of the simplest and most fundamental geometric shapes, possesses essential properties that underpin various mathematical and engineering calculations. Defined by three sides, three angles, and three vertices, its interior angles always sum to 180 degrees. Triangles are classified by side length (equilateral, isosceles, scalene) and by angle (acute, right, obtuse). A

key formula is the *Pythagorean theorem*, which applies to right-angled triangles:

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

where  $a$  and  $b$  are the legs, and  $c$  the hypotenuse.

These properties are vital both in theoretical mathematics and practical applications such as construction, physics, and computer modeling. Ancient civilizations like the Egyptians and Greeks



A polygon with three angles and three sides.

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \text{ base} \times \text{height} = \frac{1}{2}bh$$

$$\text{Perimeter} = a + b + c$$

recognized the triangle's strength and geometric precision; Egyptian architects used it in pyramid design, while Greek mathematicians like Pythagoras formal-

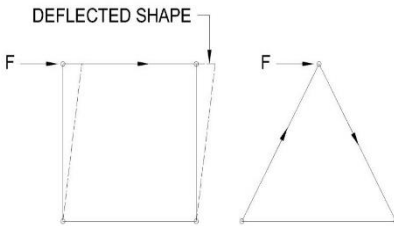
ized its principles, forming the basis of trigonometry. Throughout history, its application in structures—from medieval cathedrals to Renaissance bridges—demonstrated its capacity to evenly distribute forces. This thesis explores how the triangle's historical significance evolved into a critical element in modern architecture, design, and engineering.

*Why Are Triangles Widely Used in Architecture and Engineering?*

The triangle's structural stability explains its widespread use in architecture and engineering. When force is applied, the load is evenly distributed across all three sides, preventing distortion unless a side is altered. This makes triangles ideal for strong



frameworks, such as trusses, which span large distances with minimal internal supports. Their geometric efficiency reduces material use while maximizing strength. The Great Pyramid of Giza, with its triangular faces, shows how this form ensures durability over millennia. This inherent stability allows architects and engineers to create strong and durable structures.



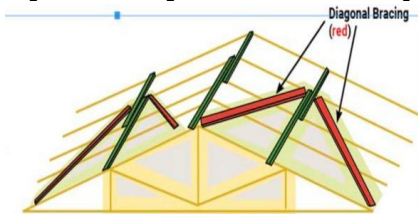
APPLYING HORIZONTAL FORCE THROUGH THE EDGE

### *What Is the Role of Triangles in Bridges and Buildings?*

In bridge construction, the triangle's role is even more pronounced. Bridges rely heavily on triangular trusses to distrib-

ute the weight of vehicles, pedestrians, and environmental forces such as wind or earthquakes. Designs like the Warren truss use repeated triangular patterns to balance compression and tension forces, making bridges safer and longer-lasting.

Buildings also rely on triangular configurations, especially in roof structures and bracing systems, to maintain shape and resist collapse under pressure. In earthquake-resistant architecture, trian-

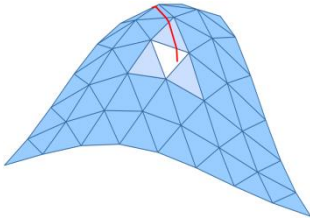


gles are used to help buildings remain stable even under sudden lateral forces. Without triangular frameworks, many modern construction feats

would not be possible.

### *How Are Triangles Used in Graphic Design and 3D Modeling?*

Triangles are essential in computer graphics and 3D modeling because they are the simplest polygon capable of defining a flat surface in three-dimensional space. Complex shapes and surfaces are built using millions of small triangular “meshes.” These triangles allow designers to create life-like animations, detailed 3D objects, and interactive environments.



The simplicity of triangles also allows rendering engines to compute lighting, shadows, and textures more efficiently. In graphic design, triangles are often employed to create balance and focus in visual compositions, as their sharp

angles naturally guide the viewer’s eye, making them both functional and aesthetically powerful.

### *How Are Triangles Applied in Aerodynamics and Automobile Design?*

Triangles are also vital in automotive engineering and aerodynamics. In car manufacturing, frames are often reinforced with triangular supports to ensure structural rigidity and safety during motion, especially when a vehicle undergoes stress from turning, braking, or collision. In aerodynamic design, the triangle appears in the form of delta wings on aircraft, which



optimize airflow, reduce drag, and increase lift. The same principles influence the shape of high-speed cars, where smooth, triangular or wedge-like contours reduce air resistance, enhance stability, and improve fuel efficiency.

The triangle's strength, stability, and efficiency make it essential in architecture, engineering, and design, playing a key role in solving real-world problems.

### References:

1. Larson, Ron, and Laurie Boswell. Geometry. 2011.
2. Salvadori, M., & Levy, M. Why Buildings Stand Up: The Strength of Architecture. W.W. Norton & Company, 1990.
3. Mortenson, M. E. Geometric Modeling. John Wiley & Sons, 2006.
4. Algebra for college students (8th ed.). Cengage Learning.

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**

**Qrup: RZM2201B**

**Hüseynova Fatimə Rasim**

[fatimehuseynova988@gmail.com](mailto:fatimehuseynova988@gmail.com)

**Elmi rəhbər: müəl. N. Q. İsmayılova**

### **Kompleks ədədlər və onların üzərində əməllərin öyrədilməsi**

Həqiqi  $a$  və  $b$  ədədlərindən düzəldilmiş  $z = (a, b)$  nizamlı cütünə **kompleks ədəd** deyilir. Əgər burada  $b=0$  olarsa, onda  $(a, 0)$  cütünü elə  $a$  həqiqi ədədinə bərabər hesab edəcəyik. Beləliklə, bütün həqiqi ədədlərin çoxluğu bütün kompleks ədədlər çoxluğunun altçoxluğudur.

$z=(a,b)$  cütündə  $a$ -ya  $z$  kompleks ədədinin həqiqi hissəsi,  $b$ -yə isə həmin kompleks ədədin xəyali hissəsi deyirlər.

Qeyd edək ki,  $z_1 = (a_1, b_1)$  və  $z_2 = (a_2, b_2)$  kompleks ədədləri o zaman bərabər hesab edilir ki,  $a_1=a_2$  və  $b_1=b_2$  olsun.  $(0,b)$  şəklində olan kompleks ədədi **xəyali ədəd** adlandırırlar.

$z_1 = (a_1, b_1)$  və  $z_2 = (a_2, b_2)$  kompleks ədədlərinin cəmi  $z_1 + z_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$  bərabərliyi ilə təyin edilir. Başqa sözlə, kompleks ədədlərin cəminin həqiqi hissəsi toplananların həqiqi hissələrinin cəminə, xəyali hissəsi isə toplananların xəyali hissələrinin cəminə bərabərdir.

$z_1 = (a_1, b_1)$  və  $z_2 = (a_2, b_2)$  kompleks ədədlərinin hasili  $z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2, a_1 b_2 + a_2 b_1)$  bərabərliyi ilə təyin edilir. Yoxlamaq olar ki, kompleks ədədlərin toplanması və vurulması əməlləri məlum hesab əməllərinə tabedirlər:

- 1) toplanmanın kommutativliyi:  $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$
- 2) vurmanın kommutativliyi:  $z_1 z_2 = z_2 z_1$
- 3) toplanmanın assosiativliyi:  $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$
- 4) vurmanın assosiativliyi:  $z_1 (z_2 z_3) = (z_1 z_2) z_3$
- 5) vurmanın toplanmaya nəzərən distributivliyi:  $z_1 (z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3$

Toplama və vurma əməllərinin təriflərindən aşağıdakı bərabərlikləri alırıq:

$$z+0 = (a,b)+(0,0) = (a+0,b+0) = (a,b) = z$$

$$z \cdot 0 = (a,b) \cdot (0,0) = (a \cdot 0 - b \cdot 0, a \cdot 0 + 0 \cdot b) = (0,0) = 0$$

$$z \cdot 1 = (a, b) \cdot (1, 0) = (a \cdot 1 - b \cdot 0, a \cdot 0 + 1 \cdot b) = (a, b) = z$$

$$i \cdot i = i^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (0 \cdot 0 - 1 \cdot 1, 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1) = (-1, 0) = -1$$

Aydındır ki, əgər  $b$  ixtiyari həqiqi ədəddirsə, onda  $ib = (0, 1) \cdot (b, 0) = (0 \cdot b - 1 \cdot 0, 0 \cdot 0 + b \cdot 1) = (0, b)$  bərabərliyi doğrudur. Odur ki, hər bir  $z = (a, b)$  kompleks ədədini aşağıdakı şəkildə yazma bilərik:

$$z = (a, b) = (a, 0) + (0, b) = a + ib.$$

Deməli, hər bir  $z = (a, b)$  kompleks ədədi həqiqi  $a$  ədədi ilə xəyali  $ib$  ədədinin cəmi şəklində göstərilə bilər.

$z = (a, b)$  kompleks ədədinin  $z = a + ib$  şəklində yazılışına  $z$  kompleks ədədinin **cəbri şəkli** deyirlər.

Kompleks ədədlər çoxluğunda çıxma əməli toplama əməlinin tərsi kimi təyin edilir, yəni  $z_1 - z_2$  fərqi elə ədəddir ki, onun üçün  $z_2 + z = z_1$  şərti ödənilir. Beləliklə,  $z_1 = (a_1, b_1)$  və  $z_2 = (a_2, b_2)$  kompleks ədədlərinin fərqi üçün bərabərlik doğrudur:

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2, b_1 - b_2)$$

$a - ib$  kompleks ədədinə  $z = a + ib$  ədədi ilə **qoşma olan kompleks ədəd** deyilir və bu ədəd  $\bar{z}$  kimi işarə edilir:  $\bar{z} = a - ib$

Kompleks ədədlər çoxluğunda bölmə əməli vurma əməlinin tərsi kimi təyin edilir:  $z_1 = (a_1, b_1)$  kompleks ədədi ilə  $z_2 = (a_2, b_2) \neq (0, 0)$  kompleks ədədinin nisbəti elə  $z$  kompleks ədədinə deyilir ki, onun üçün  $z \cdot z_2 = z_1$  ödənsin.

Bu halda həmin nisbət  $z_1 : z_2$  və ya  $\frac{z_1}{z_2}$  kimi işarə edilir.

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + ib_1}{a_2 + ib_2} = \frac{(a_1 + ib_1)(a_2 - ib_2)}{(a_2 + ib_2)(a_2 - ib_2)} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + i \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}$$

Fərz edək ki,  $|z| = r$ ,  $\operatorname{Arg} z = \varphi$ ;  $a = r \cos \varphi$ ,  $b = r \sin \varphi$  və ona görə də  $z = a + ib = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ .

Qeyd edək ki, kompleks ədədin  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  şəklinə onun **trigonometrik şəkli** deyirlər.

Əgər  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  kimidirsə, onda  $z^n =$   
 $r^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$  bərabərliyi doğrudur.

Bu bərabərliyə **Muavr düsturu** deyirlər.

**Kompleks ədədlərə aid misal nümunələri:**

**Misal.1.**  $\frac{(\sqrt[3]{11} - \sqrt[3]{11}i)^6}{(1+i)^6}$  ifadəsinin qiymətini tapın.

**Misal.2.**  $(2i - 2\sqrt{3})^{20}$  ifadəsinin qiymətini tapın.

**Misal.3.**  $(3 - i)^{20}(3 + i)^{22}(8 - 6i)$  ifadəsinin qiymətini tapın.

**Ədəbiyyat:**

1. "Ali riyaziyyat" – K.İ. Muradxanlı
2. "Riyaziyyat analizinə giriş" – C.Ə. Məmmədov
3. "Kompleks ədədlər və onların tətbiqləri" – A.X. Hüseynov
4. "Ali riyaziyyat kursu" – M.H. Hacıyev
5. "Funksiyalar nəzəriyyəsi" – Z.H. Rüstəmov
6. "Kompleks dəyişənli funksiyalar" – S.M. Əliyev

**ADPU, Riyaziyyat fakültəsi.**  
**Qrup: RZM2201B**  
**Baharzadə İlaha Asəf**  
**ilahe.baharzade4561@gmail.com**

Elmi rəhbər: dos. A. Q. Cəfərov

### Bircinsli triqonometrik tənliklərin öyrədilməsi

Əvvəlcə bircins tənliyə nəzər salaq.

**Tərif:**

$$a_0(f(x))^n + a_1(f(x))^{n-1}g(x) + \dots + a_{n-1}f(x)(g(x))^{n-1} + a_n(g(x))^n = 0$$

şəklində olan tənlik ( $a_0 \neq 0$ ,  $a_n \neq 0$ )  $f(x)$  və  $g(x)$  funksiyalarına nəzərən  **$n$  dərəcəli bircins tənlik** adlanır.

Xüsusi halda  $f(x) = \sin x$  və  $g(x) = \cos x$  götürsək, aşağıdakı tənliyi alırıq:

$$a_0 \sin^n x + a_1 \sin^{n-1} x \cos x + \dots + a_{n-1} \sin x \cos^{n-1} x + a_n \cos^n x = 0 \quad (1)$$

Bu şəkildə olan tənlik  $\sin x$  və  $\cos x$ -ə nəzərən  **$n$  dərəcəli bircins triqonometrik tənlik** adlanır.

Burada  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  həqiqi ədədlər,  $n$ - natural ədəddir və tənlikdə hər bir həddə iştirak edən,  $\sin x$  və  $\cos x$  funksiyalarının qüvvət üstlərinin cəmidir.  $n$  ədədi verilən tənliyin **bircinslik dərəcəsi** adlanır.

(1)tənliyində  $n=1$  olarsa **birdərəcəli bircins triqonometrik tənlik**,  $n=2$  olarsa **ikidərəcəli bircins triqonometrik tənlik** adlanır.

(1)tənliyini həll etmək üçün, aşağıdakı halı nəzərdən keçirək.

Fərz edək ki,  $a_n \neq 0$ . Bu halda (1) tənliyinin  $\cos x = 0$  bərabərliyini ödəyən həlləri ola bilməz. Doğrudan da, (1) tənliyinin  $\cos x = 0$  tənliyini ödəyən  $x_1$  həlli olduğunu fərz etsək,

$$a_0 \sin^n x + a_1 \sin^{n-1} x \cos x + \dots + a_{n-1} \sin x \cos^{n-1} x + a_n \cos^n x = 0$$

bərabərliyindən

$$\sin^n x_1 = 0 \Rightarrow \sin x_1 = 0$$

alırıq.

Aydındır ki, bu halda  $x = x_1$  nöqtəsində aşağıdakı bərabərlik ödənilməlidir:

$$\sin x_1 = \cos x_1 = 0$$

Bu isə  $\sin^2 x_1 + \cos^2 x_1 = 0$  tənliyinə görə mümkün deyil. Yəni fərziyyəmiz doğru deyil.

$\cos x \neq 0$ . Bunu nəzərə alıb, (1) tənliyinin hər 2 tərəfini  $\cos^n x$  -ə bölək:

$$a_0 \left( \frac{\sin x}{\cos x} \right)^n + a_1 \left( \frac{\sin x}{\cos x} \right)^{n-1} + \dots + a_{n-1} \left( \frac{\sin x}{\cos x} \right) + a_n = 0$$

$$a_0 \operatorname{tg}^n x + a_1 \operatorname{tg}^{n-1} x + \dots + a_{n-1} \operatorname{tg} x + a_n = 0$$

$\operatorname{tg} x = t$  ilə əvəz etsək, aşağıdakı  $n$  dərəcəli cəbri tənliyi alırıq:

$$a_0 t^n + a_1 t^{n-1} + \dots + a_{n-1} t + a_n = 0 \quad (2)$$

(2) tənliyini həll edib,  $t_1, t_2, \dots, t_m$  ( $m \leq n$ ) həqiqi köklərini tapdıqdan sonra (1) tənliyinin köklərini aşağıdakı tənliklərindən tapmaq lazımdır.

$$\operatorname{tg} x = t_k \quad (k = 1, 2, \dots, m)$$

Misallara nəzər yetirək:

1.  $\sqrt{3}\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = 0$

$\cos x \neq 0$  olduğundan hər iki tərəfi  $\cos^2 x$ -ə bölək,  $\operatorname{tg} x = t$  əvəzləməsi aparaq:

$$\sqrt{3}t^2 - 4t + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sqrt{3}t^2 - 4t + \sqrt{3} = 0$$

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad t_2 = \sqrt{3} \Rightarrow \operatorname{tg} x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \operatorname{tg} x_2 = \sqrt{3}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}; \quad x_2 = \frac{\pi}{3} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

2.  $\sin^2 x - 3\sin x \cos x - 4\cos^2 x = 0$

$\cos x \neq 0$  olduğundan hər iki tərəfi  $\cos^2 x$ -ə bölək,  $\operatorname{tg} x = t$  əvəzləməsi aparaq:

$$t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$t_1 = -1; \quad t_2 = 4 \Rightarrow \operatorname{tg} x_1 = -1; \quad \operatorname{tg} x_2 = 4$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}; \quad x_2 = \operatorname{arctg} 4 + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

3.  $\sin x = \sqrt{3}\cos x$

Hər iki tərəfini  $\cos x$ -ə bölək və tənliyi həll edək.

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{3} \Rightarrow \operatorname{tg} x = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

**Ədəbiyyat:**

1. Cəbrayıllov M.S. , Əsgərov K.S. Orta məktəb riyaziyyat kursu. I hissə. Bakı , 1994
2. Xəlilov H.M., Məmmədov R.H və b. Riyaziyyat, Bakı. 1993.
3. Ə.M.Məmmədov, R.Y. Şükürov, Elementar riyaziyyat , Bakı, 2011.
4. Tomayev C.İ., Tomayev Q.İ., Cəbr və Elementar. Bakı , 1989

## **MÜNDƏRİCAT**

**ÖN SÖZ..... 3**

**I BÖLMƏ: RİYAZİ ANALİZ ..... 6**

### **Tağızadə Zümrüd Cəbrayıl**

Qamma funksiya, Stirlinq düsturu və onun tətbiqləri ..... 6

### **Mirzəyeva Nərgiz İsmayıl**

Ədədi ardıcılıqlar, Monoton ardıcılıqların limiti haqqında.

Dağılan və yığılan ardıcılıqlar. .... 10

### **Mikayılzadə Nigar Faiq**

Adi diferensial tənliklərin həllinə çıxışlıqlar üsulunun tətbiqi .. 14

**Yusifova Anaxanın Yusif .**

Bernulli tənliyi ..... 16

**Ağahüseynova Aysu Ehtiram**

Sabit əmsallı diferensial tənliklərə gətirilən bəzi yüksək tərtibli  
dəyişən əmsallı diferensial tənliklər..... 19

**Həsənova Nərmin Aydın**

Bessel tənlikləri ..... 22

**Abdullayev Ramil Rüşad**

Üç Cisim Probleminə giriş ..... 25

**Ellazova Ainur Arif**

The Stokes Formula ..... 28

**II BÖLMƏ: KOMPÜTER ELMLƏRİ..... 30**

**Əzizli Aytac Abbasqulu**

İnfometriyanın tərkib hissələri və onların qarşılıqlı əlaqəsi .. 31

**Zamanova Mələk Bəybala**

Ənənəvi və müasir pedaqoji tədris metodlarının müqayisəsi .34

**Qafarova Rəşidə Rəşid**

Matlab proqramında təcrübi verilənlərin emalı ..... 38

**Qarayeva Nərmin Elşad**

Təhsildə süni intellekt: öyrənmədə çətinliklər və imkanlar .. 41

**Məhərrəmovə Tomris Namiq**

Mesh şəbəkələri və 5G: Yeni nəsil rabitənin sintez  
olunması ..... 43

**Zöhrabova Kübra Nicat**

İnformasiya təhlükəsizliyi: Kiberhücumlardan qorunmanın  
yolları .....46

**Abdullayeva Dərya Bəhmən**

Onlayn təhsil kurslarının genişlənməsi və onun təsirləri ..... 50

**Fərzullazadə Leyla Zaur**

“Təhsil sahəsində yeni rəqəmsal alətlərin tətbiqi” ..... 54

### III BÖLMƏ: CƏBR VƏ HƏNDƏSƏ..... 59

#### **Əsədli Rüksarə Asif**

Методы вычисления результатов двух многочленов

Понятие результаты: ..... 59

#### **Əliyeva Mədinə Adil**

Некоторые вопросы линейной алгебры ..... 63

#### **Mustafayeva Nazpəri Anar**

Kompleks ədədlər meydanının cəbri qapalılığı haqqında teorem  
..... 67

#### **Əhmədova Səidə Ceyhun**

Qrupların homomorfizmi və izomorfizmi ..... 69

#### **Mehrəlizadə Nicat Dəyanət**

Eyler teoreminin köməyi ilə müqayisələrin həlli ..... 71

#### **Qafarova Rəşidə Rəşid**

Tam əmsallı çoxhəddlinin rəşional kökləri ..... 73

#### **Hüseynova Ulduz Nəzər**

Xətti operatorun məxsusi vektoru və məxsusi qiymətləri ..... 75

#### **Yusibzadə Gülnar Adil**

Müxtəlif meydanlarda gətirilən və gətirilməyən çoxhəddlilər. 78

#### **Abışzadə Rəsul Zamiq**

Determinantın xassələrinin tətbiqi ilə məsələ həlli ..... 80

#### **Məmmədova Nəzrin Nizami**

İntervallar Metodu ilə modul işarəsi daxil olan bərabərsizliklərin  
həlli. .... 81

#### **Nəcəfzadə Fatimə Fuad**

Formulların minimallaşdırılması və onların kompüterlərin  
çevirici sxemlərin qurulmasına tətbiqləri ..... 84

#### **Nəcəfli Fatimə Fəqət**

Universal cəbrin yarımqəfəslərə tətbiqləri ..... 87

#### **Abasova Firuzə Cavid**

Dövrü qurupların həndəsi təsviri ..... 88

#### **Həsənli Maral Manaf**

|                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| Xətti bircins tənliklər sisteminin fundamental həlləri .....          | 91  |
| <b>Muradova Zərifə Murad</b>                                          |     |
| Matrisin varlıq şərti .....                                           | 93  |
| <b>Fətəlizadə Dilbər Yusif</b>                                        |     |
| Modula nəzərən çıxıqlar sinifi .....                                  | 95  |
| <b>Abasova Gülnarə Fərhad</b>                                         |     |
| Tək tərtibli çəpsimmetrik matrisin determinantının hesablanması ..... | 98  |
| <b>Qəribova Vüsalə Razim</b>                                          |     |
| Vilson teoreminin riyaziyyatda tətbiqləri .....                       | 100 |
| <b>İsmaylova Röya Yaşar</b>                                           |     |
| Müqayisənin köməyiylə bölünmə əlamətlərinin çıxarılması .             | 103 |
| <b>Mustafayeva Aişə Ruslan</b>                                        |     |
| Kvadrat qalığı anlayış .....                                          | 106 |
| <b>Baxşalıyeva Cəmalə Şakir</b>                                       |     |
| Vektor fəzanın altfəzasının ortoqonal tamamlayıcısı .....             | 110 |
| <b>Abuzərova Tünzalə Rahim</b>                                        |     |
| Matrisin diaqonal matrisə oxşar olması şərti. ....                    | 112 |
| <b>Həsənova Aytac Araz</b>                                            |     |
| İki çoxhədlinin rezultanı .....                                       | 115 |
| <b>Məmmədova Reyhan Ruslan</b>                                        |     |
| 1-in n-ci dərəcədən köklərinin tətbiqi ilə məsələ həlli .....         | 118 |
| <b>Şahbazlı Aytac Vüqar</b>                                           |     |
| The Linear Manifold Generated by a System of Linear Equations .....   | 120 |
| <b>Sadiqzadə Həsərət Əlövsət</b>                                      |     |
| Triple scalar product and its geometric meaning .....                 | 122 |
| <b>Behbudova Sevil İltifat.</b>                                       |     |
| Viyet düsturları .....                                                | 124 |
| <b>Rzayev Mətin Musa</b>                                              |     |
| Kvadratına qoşma olan kompleks ədədlər .....                          | 126 |

## IV BÖLMƏ: RİYAZİYYAT VƏ ONUN TƏDRİSİ

### TEXNOLOGİYASI .....125

#### **Hüseynova Şəhla Xaqani**

Mövzu:  $a \sin x + b \cos x = c$  şəklində verilmiş triqonometrik tənliyi bircins tənliyə gətirməklə həllinin öyrədilməsi. .... 128

#### **Məlikova Gülarə Cahangir.**

Universal əvəzləmələrlə triqonometrik tənliklərin həlli ..... 131

#### **Xuduzadə Xavər Vəfa**

“ $a \sin x + b \cos x = c$  şəklində verilmiş triqonometrik tənliyin köməkçi bucaq daxil etməklə öyrədilməsi” ..... 134

#### **Sadiqova Fidan Ceyhun**

Triqonometrik tənliklərin əvəzetmə üsulu ilə həllinin öyrədilməsi ..... 137

#### **Hacıyeva Rəvanə İslam**

Triqonometrik tənliklər sisteminin əvəzetmə üsulu ilə həllinin öyrədilməsi ..... 141

#### **Musazadə Mehriban Vaqif**

Triqonometrik tənliklər sisteminin cəbri toplama üsulu ilə həllinin öyrədilməsi ..... 144

#### **Vəliyeva Nərminə Aydın**

Yüksək dərəcəli tənliklər sisteminin həllinin öyrədilməsi texnologiyası ..... 147

#### **Camalova İzafə İlqar**

Üçbucaqlara aid bəzi adlı teoremlərin öyrədilməsi texnologiyası. .... 151

#### **Məmmədova Sevinc Əlyəddin**

Bəzi tipli İrrasional tənliklərin həllinin öyrənilməsi texnologiyası. .... 154

#### **Rəfixanova Aynurə Əmir**

Üçbucaqlara aid bəzi məsələlərin həlli ..... 157

#### **Əmirli Zəhra Nazim**

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| Mətnli məsələlər və onların həllinin öyrədilməsi texnologiyası ..... | 160 |
| <b>İbadova Vəfa Vüqar</b>                                            |     |
| Bəzi yüksək dərəcəli bərabərsizliklərin həllinin öyrədilməsi .....   | 167 |
| <b>Əsrəfova Gülay Əflatun</b>                                        |     |
| Fəza fiqurlarının kombinasiyası .....                                | 170 |
| <b>Camalova Günay Süleyman</b>                                       |     |
| Parametr daxil olan xətti və kvadrat tənliyin həlli .....            | 173 |
| <b>İbrahimli Nəzrin Tahir</b>                                        |     |
| Düzgün çoxüzlülər və Eylər teoremi .....                             | 176 |
| <b>Məmmədova Türkanə Razim</b>                                       |     |
| Triqonometriyanın yaranma tarixi və tətbiqləri .....                 | 179 |
| <b>Hüseynova Əfsanə Müseyib</b>                                      |     |
| Vektorun tətbiqi ilə bəzi teoremlərin isbatı .....                   | 183 |
| <b>Rasulov Fərda Mansur</b>                                          |     |
| Pifaqor teoremi haqqında .....                                       | 186 |
| <b>Həsənli Zaur Vidadi</b>                                           |     |
| Riyazi Sofizm .....                                                  | 188 |

**Bağırzadə Çiçək Ceyhun**

|                                                                                                   |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Kiber təhlükəsizlik və şagirdlərdə məlumat təhlükəsizliyi vərdişlərinin inkişaf etdirilməsi ..... | 190 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

**Məmmədli Gülnur Mübariz**

|                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Ağıllı sinif otaqlarında informatika dərsləri və virtual laboratoriyalar ..... | 193 |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----|

**Alməmmədli Fidan Mübariz**

|                                                                                        |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Müasir proqramlaşdırma dillərinin məktəbdə tədrisi: Çətinliklər və perspektivlər. .... | 195 |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----|

**Rüstənzadə Rahidə Mirhəşim**

|                                                     |     |
|-----------------------------------------------------|-----|
| İnformatika dərslərində süni intellektin rolu ..... | 198 |
|-----------------------------------------------------|-----|

**Qulamova Xoşbəxt Şəhriyar**

STEAM təhsilində informatikanın integrativ rolu və “Yaşıl dünya” ..... 202

**Sadıqzadə Ruqiyyə Fuad**

İnformatika dərslərində süni intellekt alətlərinin tətbiqi ..... 206

**Xəlilov Səxavət Zakir**

Riyaziyyat dərslərində "Funksiya" mövzusunun tədrisində süni intellekt texnologiyalarının tətbiqi ..... 208

**Muradova Aysel Əhməd**

STEAM təhsilində robototexnikanın integrasiyası və onun fənlərarası təsiri ..... 212

**Əzimova Günay Vahidovna**

Modul işarəsi daxil olan funksiyaların qurulması ..... 217

**Yusifzadə Məryəm Namiq**

Nyuton-Simpson düsturu ilə piramidanın həcmnin hesablanması ..... 220

**Əzimova Aynurə Şahin**

Düzgün çoxüzümlər, növləri və qurulması ..... 223

**Məhərrəmov Elman Elçin**

Kəsik konusun həcmnin hesablanması ..... 226

**Çıraqova Rahidə Yunis**

Oxşar çoxbucaqlılar. Oxşar çoxbucaqlıların sahələri nisbəti. .... 229

**Ellazova Ainur Arif**

The use of concepts such as area, perimeter, radius and diameter of a circle in engineering and physics. .... 232

**İmamquliyeva Brilyant Qiyas**

Circle and Trigonometry ..... 234

**Kazımova Xanım Elşən**

Application of triangles in daily life and technology. .... 239

**Hüseynova Fatimə Rəsim**

Kompleks ədədlər və onların üzərində əməllərin

|                                                       |     |
|-------------------------------------------------------|-----|
| öyrədilməsi .....                                     | 243 |
| <b>Bahar zadə İlahə Asəf</b>                          |     |
| Bircinsli triqonometrik tənliklərin öyrədilməsi ..... | 246 |

***Nəşriyyatın direktoru: Hüseyn Hacıyev***  
***Dizayn: Müşfiq Hacıyev***

***Cildçi:***

***Elmar Mikayilov***

---

---

***Çapa imzalanmış: 25.09.2025-cü il***  
***Kağız formatı: 70x100<sup>1/16</sup>, çap vərəqi: 29***  
***Sifariş: 109, sayı 20.***

---

---

***ADPU-nun nəşriyyatı***  
***Bakı, Ü.Hacıbəyli küçəsi, 68***  
***Tel:(+912)493-74-10***  
***E-mail:poligrafiya@mail.ru***